Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

P101C10111M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola / *Feladatlap*

Sobota, 5. junij 2010 / 120 minut
2010. június 5., szombat / 120 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, numerično žepno računalo brez grafičnega zaslona in možnosti simbolnega računanja, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo, kotomer in trigonir.
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, algebrai számítási rendszer lehetőség nélküli és csak műveleteket végző zsebszámológépet , körzőt, háromszögvonalzót (geo-háromszögvonalzót), vonalzót és szögmérőt és trigonirt (360°-os szögmérőt) hoz magával.
A jelölt egy értékelő lapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.

POKLICNA MATURA
SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 24 strani, od tega 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 24 oldal, ebből 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite oziroma vpišite svojo šifro v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec ter na konceptna lista.

Izpitna pola ima dva dela. Prvi del vsebuje 9 nalog. Drugi del vsebuje 3 naloge, izmed katerih izberite in rešite dve. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 70, od tega 40 v prvem delu in 30 v drugem delu. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s formulami na 3. in 4. strani.

V preglednici z "x" zaznamujte, kateri dve nalogi v drugem delu naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo ocenil prvi dve nalogi, ki ste ju reševali.

1	2	3

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom in jih vpisujte v izpitno polo v za to predvideni prostor; grafe funkcij, geometrijske skice in risbe pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev napišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutke rešitev lahko napišete na konceptna lista, vendar se ti pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza, illetve írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe, az értékelő lapokra és a vázlathoz kapott pótlapokra!

A feladatlap két részből áll. Az első rész 9 feladatot tartalmaz. A második részben 3 feladat van, ebből kettőt oldjon meg! Összesen 70 pont érhető el: 40 pont az első, 30 pont a második részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja az 5. és 6. oldalon található képletgyűjteményt.

A táblázatban jelölje meg x-szel, a második rész melyik két feladatát értékelje az értékelő! *Ha ezt nem teszi meg, az értékelő tanár az első két megoldott feladatot értékeli.*

1.	*2.*	*3.*

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat, a mértani ábrákat és a rajzokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. Vázlatát írja a pótlapokra, ám azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

FORMULE

1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini, linearna funkcija

- **Razdalja dveh točk v ravnini:** $d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- **Linearna funkcija:** $f(x)=kx+n$
- **Smerni koeficient:** $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- **Naklonski kot premice:** $k=\tan\varphi$
- **Kot med premicama:** $\tan\varphi=\left|\dfrac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|$

2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene s S)

- **Trikotnik:** $S=\dfrac{c\cdot v_c}{2}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$
- **Polmera trikotniku očrtanega (R) in včrtanega (r) kroga:** $R=\dfrac{abc}{4S}$, $r=\dfrac{S}{s}$, $\left(s=\dfrac{a+b+c}{2}\right)$
- **Enakostranični trikotnik:** $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, romb:** $S=\dfrac{e\cdot f}{2}$
- **Trapez:** $S=\dfrac{a+c}{2}\cdot v$
- **Paralelogram:** $S=ab\sin\alpha$
- **Romb:** $S=a^2\sin\alpha$
- **Dolžina krožnega loka:** $l=\dfrac{\pi r\alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Ploščina krožnega izseka:** $S=\dfrac{\pi r^2\alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Sinusni izrek:** $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}=2R$
- **Kosinusni izrek:** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- **Prizma:** $P=2S+S_{pl}$, $V=S\cdot v$
- **Valj:** $P=2\pi r^2+2\pi rv$, $V=\pi r^2 v$
- **Piramida:** $P=S+S_{pl}$, $V=\dfrac{1}{3}S\cdot v$
- **Stožec:** $P=\pi r(r+s)$, $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 v$
- **Krogla:** $P=4\pi r^2$, $V=\dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Kotne funkcije

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \tan^2 \alpha = \dfrac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Kvadratna funkcija, kvadratna enačba

- $f(x) = ax^2 + bx + c$

Teme: $T(p,q)$, $p = \dfrac{-b}{2a}$, $q = \dfrac{-D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$

- $ax^2 + bx + c = 0$

Ničli: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Geometrijsko zaporedje:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Navadno obrestovanje:** $G_n = G_0 + o$, $o = \dfrac{G_0 \cdot n \cdot p}{100}$
- **Obrestno obrestovanje:** $G_n = G_0 r^n$, $r = 1 + \dfrac{p}{100}$

8. Statistika

- **Srednja vrednost (aritmetična sredina):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$

$$\overline{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \ldots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \ldots + f_k}$$

KÉPLETEK

1. A derékszögű koordináta-rendszer a síkban, a lineáris függvény

- **Két pont távolsága a síkban:** $d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- **Lineáris függvény:** $f(x)=kx+n$
- **A lineáris függvény iránytényezője:** $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- **Az egyenes hajlásszöge:** $k=\tan\varphi$
- **Két egyenes hajlásszöge:** $\tan\varphi=\left|\dfrac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|$

2. Síkmértan (a síkidomok területe S -sel van jelölve)

- **Háromszög:** $S=\dfrac{c\cdot v_c}{2}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$
- **A háromszög köré írható kör sugara** (R) **és a háromszögbe írható kör sugara** (r)**:**

  $R=\dfrac{abc}{4S}$, $r=\dfrac{S}{s}$, $\left(s=\dfrac{a+b+c}{2}\right)$
- **Egyenlő oldalú háromszög:** $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, rombusz:** $S=\dfrac{e\cdot f}{2}$
- **Trapéz:** $S=\dfrac{a+c}{2}\cdot v$
- **Paralelogramma:** $S=ab\sin\alpha$
- **Rombusz:** $S=a^2\sin\alpha$
- **A körív hossza:** $l=\dfrac{\pi r\alpha^\circ}{180^\circ}$
- **A körcikk területe:** $S=\dfrac{\pi r^2\alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Szinusztétel:** $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}=2R$
- **Koszinusztétel:** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- **Hasáb:** $P=2S+S_{pl}$, $V=S\cdot v$
- **Henger:** $P=2\pi r^2+2\pi rv$, $V=\pi r^2 v$
- **Gúla:** $P=S+S_{pl}$, $V=\dfrac{1}{3}S\cdot v$
- **Kúp:** $P=\pi r\cdot(r+s)$, $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2\cdot v$
- **Gömb:** $P=4\pi r^2$, $V=\dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$

Tengelypont: $T(p,q),\ p = \dfrac{-b}{2a},\ q = \dfrac{-D}{4a}$,

- $ax^2 + bx + c = 0$

Zérushelyek: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},\ D = b^2 - 4ac$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- **Számtani sorozat:** $a_n = a_1 + (n-1)d,\ s_n = \dfrac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)$
- **Mértani sorozat:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1},\ s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Kamatszámítás**: $G_n = G_0 + o,\ o = \dfrac{G_0 \cdot n \cdot p}{100}$
- **Kamatoskamat-számítás:** $G_n = G_0 r^n,\ r = 1 + \dfrac{p}{100}$

8. Statisztika

- **Középérték (számtani közép):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$

$$\overline{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$

1. del / *1. rész*
Rešite vse naloge. / *Minden feladatot oldjon m*eg'

1. a) Število 1008 zapišite kot produkt praštevil.

   Az 1008 *számot írja fel prímszámok szorzataként!*

   b) Število 1008 delno korenite.

   Az 1008 *számon végezzen részleges gyökvonást!*

(4 točke/pont)

2. Poenostavite izraz: $\dfrac{1-a^{-1}}{1-a}$.

Egyszerűsítse az $\dfrac{1-a^{-1}}{1-a}$ *kifejezést.*

(4 točke/pont)

3. Ana, Boris in Lovro so si razdelili nagrado v višini 6100 evrov. Ana in Boris sta dobila enak znesek, Lovro pa $31\ \%$ nagrade. Koliko je dobil vsak?

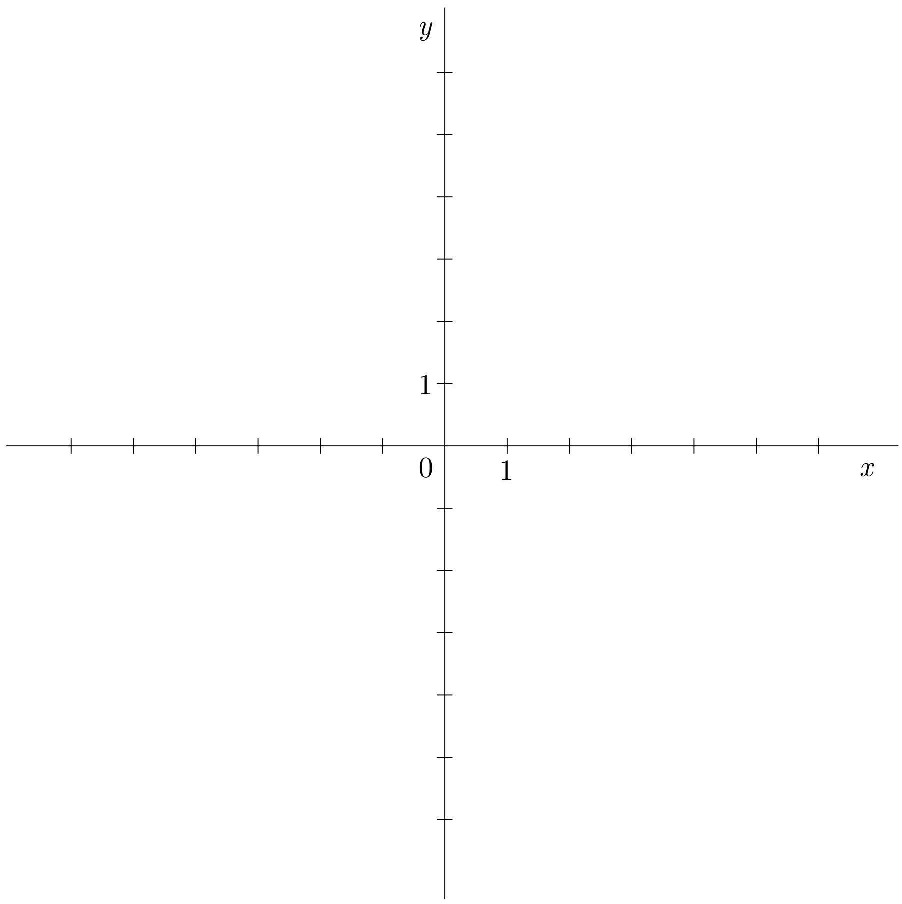
   Anna, Balázs és László a 6100 *eurós díjat szétosztották egymás közt. Anna és Balázs egyenlő összeget kapott, László pedig a díj* $31\ \%$*-át. Mennyit kaptak egyenként?*

(4 točke/pont)

4. Dana je premica z enačbo $3x - 7y + 21 = 0$. Izračunajte presečišči premice s koordinatnima osema in premico narišite v dani koordinatni sistem.

   Adott a $3x - 7y + 21 = 0$ *egyenletű egyenes. Számítsa ki az egyenes metszéspontjait a koordináta-rendszer tengelyeivel, és az egyenest rajzolja be az adott koordinata rendszerbe!*

(4 točke/pont)



5. Natančno narišite pravokotni trikotnik ABC s pravim kotom pri oglišču C ter s stranicama $|AC| = 5$ cm in $|BC| = 6$ cm. Izračunajte kot pri oglišču B.

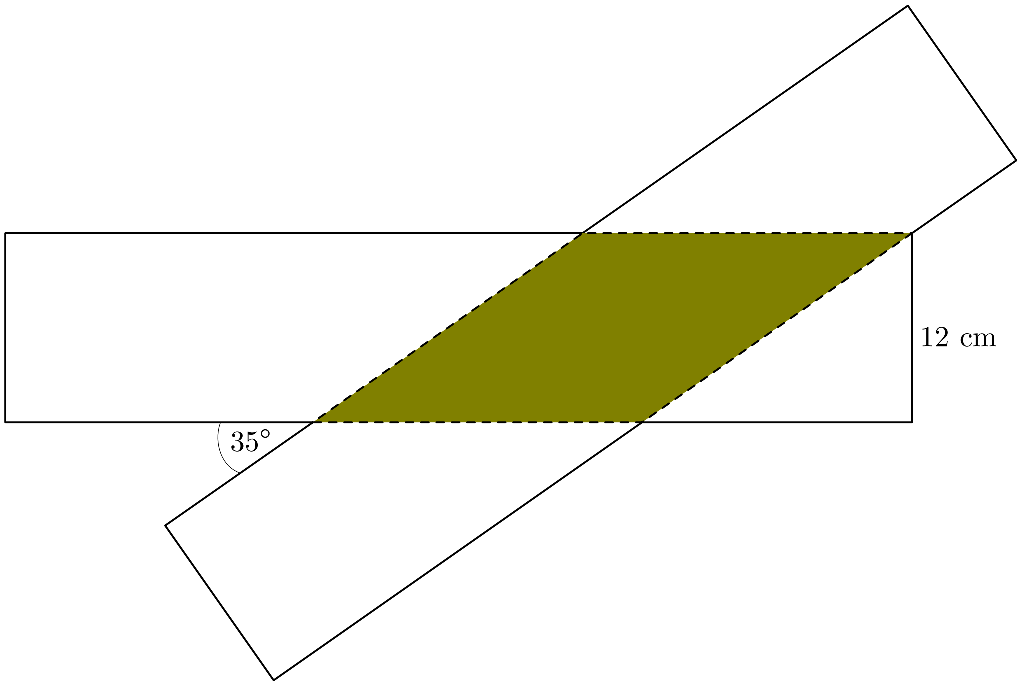
Pontosan rajzolja meg azt az ABC derékszögű háromszöget, amelynek derékszöge a C csúcspontban van, és amelynek oldalai $|AC| = 5$ cm és $|BC| = 6$ cm! Számítsa ki a B csúcsnál levő szöget!

(4 točke/pont)

6. Enaki pravokotni deščici s širino $12\,\text{cm}$ oklepata kot 35° (glejte sliko). Izračunajte ploščino osenčenega romba.

Egyenlő derékszögű deszkák, melyek szélessége $12\,cm$, 35° -os szöget zárnak be (nézze meg az ábrát). Számítsa ki a satírozott rombusz területét!

(5 točk/pont)



7. Rešite enačbi:

Oldja meg az egyenleteket!

a) $\dfrac{x-11}{x+2}=7$ b) $\log_9 3 = x$

(5 točk/pont)

8. Izračunajte ničle polinoma $p(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$.

Számítsa ki a $p(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$ *polinom gyökeit!*

(5 točk/pont)

9. Dolžine stranic trikotnika predstavljajo prve tri člene aritmetičnega zaporedja. Obseg tega trikotnika meri 21 cm, najkrajša stranica pa 4 cm. Izračunajte dolžine stranic trikotnika.

   A háromszög oldalainak hosszúsága a számtani sorozat első három tagját jelenti. A háromszög kerülete 21 cm, a legrövidebb oldala pedig 4 cm. Számítsa ki a háromszög oldalainak hosszát!

(5 točk/pont)

2. del / ***2. rész***

Izberite dve nalogi, obkrožite njuni zaporedni številki in ju rešite.

Válasszon két feladatot, karikázza be a sorszámukat, és oldja meg őket!

1. Dani sta kvadratni funkciji $f(x)=\frac{1}{2}x^2$ in $g(x)=-x^2-3x$.

   Adott két másodfokú függvény: $f(x)=\frac{1}{2}x^2$ *és* $g(x)=-x^2-3x$.

   (Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

   a) Narišite grafa obeh funkcij v dani koordinatni sistem.

   Rajzolja meg mindkét függvény grafikonját az adott koordináta-rendszerben!

   (6 točk/pont)

   b) Izračunajte presečišči grafov danih funkcij.

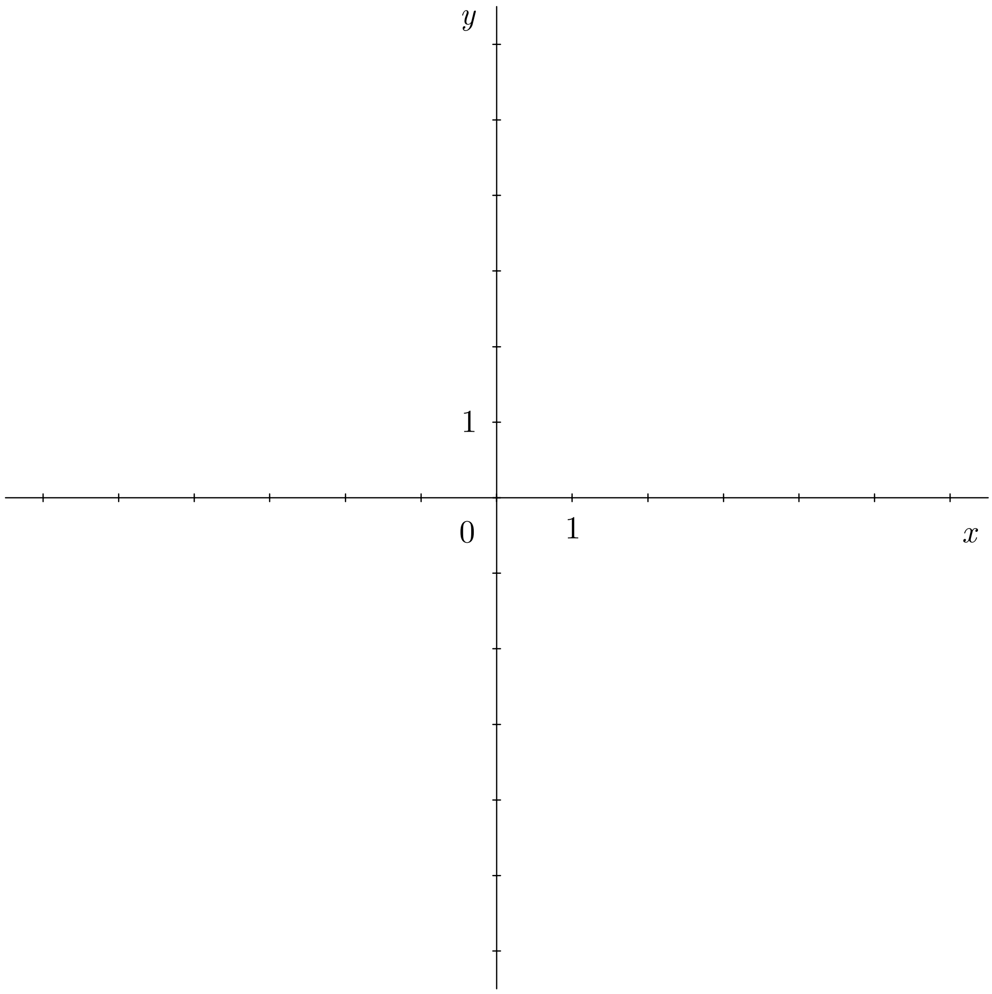
   Számítsa ki az adott függvény grafikonjainak metszéspontjait!

   (6 točk/pont)

   c) Izračunajte $f(2)-g(-1)$.

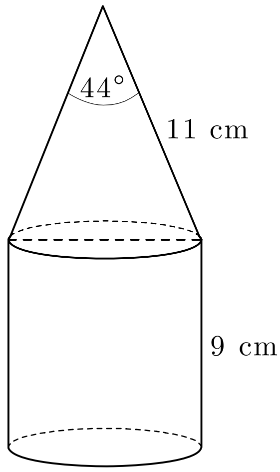
   Számítsa ki: $f(2)-g(-1)$ *!*

   (3 točke/pont)



2. Iz valja in stožca sestavimo telo na sliki. Kot pri vrhu osnega preseka stožca meri 44°.

Egy hengerből és egy kúpból összeállítjuk a képen látható testet. A kúp tengelymetszetében levő csúcsszög 44°.



(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Izračunajte višino telesa.

Számítsa ki a test magasságát!

(5 točk/pont)

b) Izračunajte polmer osnovne ploskve valja.

Számítsa ki a henger alaplapjának a sugarát!

(3 točke/pont)

c) Izračunajte površino in prostornino telesa.

Számítsa ki a test felszínét és térfogatát!

(7 točk/pont)

3. Cena kilograma solate se je v enem letu gibala, kakor prikazuje razpredelnica:

A saláta kilogrammonkénti ára egy évben úgy mozgott, ahogy azt a táblázat bemutatja:

Mesec / *hónap*	jan.	feb.	mar.	apr.	maj.	jun.	jul.	avg.	sep.	okt.	nov.	dec.
Cena za kg solate *[€] / 1 kg saláta ára [€]*	4,50	4,50	3,00	3,00	1,20	1,20	0,60	0,60	0,60	1,10	1,10	3,20

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Izračunajte povprečno ceno kilograma solate od januarja do decembra.

Számítsa ki a saláta egy kilogrammjának az átlagos árát januártól decemberig!

(3 točke/pont)

b) Za koliko odstotkov je povprečna cena kilograma solate nižja od najvišje cene?

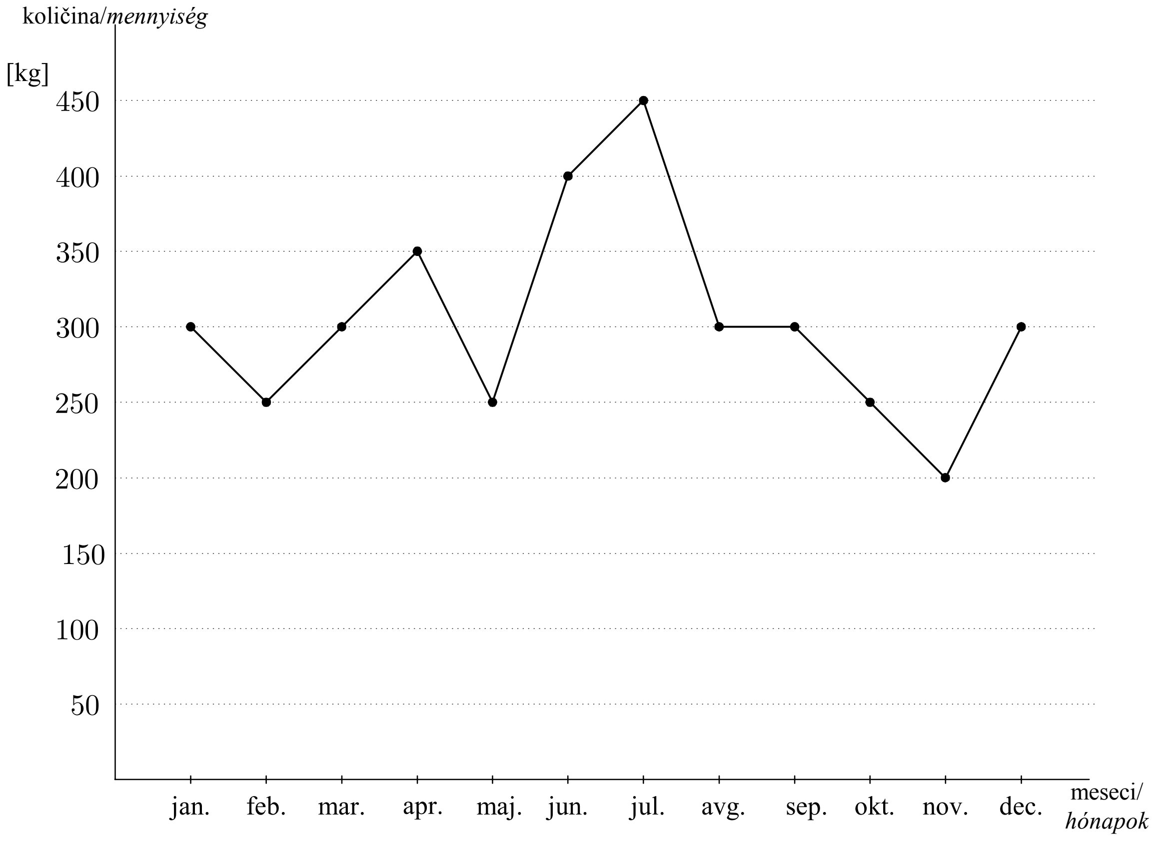
Hány százalékkal alacsonyabb a saláta átlagos ára a legmagasabb árnál?

(5 točk/pont)

c) Izračunajte zaslužek od prodane solate v celotnem letu, če mesečno prodajo prikazuje naslednji diagram:

Számítsa ki, mennyit kerestek az eladott salátával egész évben! A havi eladott mennyiséget az alábbi diagram mutatja:

(7 točk/pont)



Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal