Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

P102C10111M

JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola / *Feladatlap*

Četrtek, 26. avgust 2010 / 120 minut
2010. augusztus 26., csütörtök / 120 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, numerično žepno računalo brez grafičnega zaslona in možnosti simbolnega računanja, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo, kotomer in trigonir.
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, algebrai számítási rendszer lehetősége nélküli és csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt, háromszögvonalzót (geo-háromszögvonalzót), vonalzót, szögmérőt és trigonirt (360°-os szögmérőt) hoz magával.
A jelölt egy értékelő lapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.

POKLICNA MATURA
SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 24 strani, od tega 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 24 oldal, ebből 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite oziroma vpišite svojo šifro v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec ter na konceptna lista.

Izpitna pola ima dva dela. Prvi del vsebuje 9 nalog. Drugi del vsebuje 3 naloge, izmed katerih izberite in rešite dve. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 70, od tega 40 v prvem delu in 30 v drugem delu. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s formulami na 3. in 4. strani.

V preglednici z "x" zaznamujte, kateri dve nalogi v drugem delu naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo ocenil prvi dve nalogi, ki ste ju reševali.

1	2	3

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom in jih vpisujte v izpitno polo v za to predvideni prostor; grafe funkcij, geometrijske skice in risbe pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev napišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutke rešitev lahko napišete na konceptna lista, vendar se ti pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza, illetve írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe, az értékelő lapokra és a vázlathoz kapott pótlapokra!

A feladatlap két részből áll. Az első rész 9 feladatot tartalmaz. A második részben 3 feladat van, ebből kettőt oldjon meg! Összesen 70 pont érhető el: 40 pont az első, 30 pont a második részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja az 5. és 6. oldalon található képletgyűjteményt.

A táblázatban jelölje meg x-szel, a második rész melyik két feladatát értékelje az értékelő! *Ha ezt nem teszi meg, az értékelő tanár az első két megoldott feladatot értékeli.*

1.	*2.*	*3.*

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat, a mértani ábrákat és a rajzokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. Vázlatát írja a pótlapokra, de azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

FORMULE

1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini, linearna funkcija

- **Razdalja dveh točk v ravnini:** $d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- **Linearna funkcija:** $f(x)=kx+n$
- **Smerni koeficient:** $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- **Naklonski kot premice:** $k=\tan\varphi$
- **Kot med premicama:** $\tan\varphi=\left|\dfrac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|$

2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene s S)

- **Trikotnik:** $S=\dfrac{c\cdot v_c}{2}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$
- **Polmera trikotniku očrtanega (R) in včrtanega (r) kroga:** $R=\dfrac{abc}{4S}$, $r=\dfrac{S}{s}$, $\left(s=\dfrac{a+b+c}{2}\right)$
- **Enakostranični trikotnik:** $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, romb:** $S=\dfrac{e\cdot f}{2}$
- **Trapez:** $S=\dfrac{a+c}{2}\cdot v$
- **Paralelogram:** $S=ab\sin\alpha$
- **Romb:** $S=a^2\sin\alpha$
- **Dolžina krožnega loka:** $l=\dfrac{\pi r\alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Ploščina krožnega izseka:** $S=\dfrac{\pi r^2\alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Sinusni izrek:** $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}=2R$
- **Kosinusni izrek:** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- **Prizma:** $P=2S+S_{pl}$, $V=S\cdot v$
- **Valj:** $P=2\pi r^2+2\pi rv$, $V=\pi r^2 v$
- **Piramida:** $P=S+S_{pl}$, $V=\dfrac{1}{3}S\cdot v$
- **Stožec:** $P=\pi r(r+s)$, $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 v$
- **Krogla:** $P=4\pi r^2$, $V=\dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Kotne funkcije

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Kvadratna funkcija, kvadratna enačba

- $f(x) = ax^2 + bx + c$

Teme: $T(p,q)$, $p = \dfrac{-b}{2a}$, $q = \dfrac{-D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$

- $ax^2 + bx + c = 0$

Ničli: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a x^n = n\log_a x$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Geometrijsko zaporedje:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Navadno obrestovanje:** $G_n = G_0 + o$, $o = \dfrac{G_0 \cdot n \cdot p}{100}$
- **Obrestno obrestovanje:** $G_n = G_0 r^n$, $r = 1 + \dfrac{p}{100}$

8. Statistika

- **Srednja vrednost (aritmetična sredina):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$

$$\overline{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \ldots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \ldots + f_k}$$

KÉPLETEK

1. A derékszögű koordináta-rendszer a síkban, a lineáris függvény

- **Két pont távolsága a síkban:** $d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- **Lineáris függvény:** $f(x)=kx+n$
- **A lineáris függvény iránytényezője:** $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- **Az egyenes hajlásszöge:** $k=\tan\varphi$
- **Két egyenes hajlásszöge:** $\tan\varphi=\left|\dfrac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|$

2. Síkmértan (a síkidomok területe S -sel van jelölve)

- **Háromszög:** $S=\dfrac{c\cdot v_c}{2}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$
- **A háromszög köré írható kör sugara** (R) **és a háromszögbe írható kör sugara** (r)**:**

  $R=\dfrac{abc}{4S}$, $r=\dfrac{S}{s}$, $\left(s=\dfrac{a+b+c}{2}\right)$
- **Egyenlő oldalú háromszög:** $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, rombusz:** $S=\dfrac{e\cdot f}{2}$
- **Trapéz:** $S=\dfrac{a+c}{2}\cdot v$
- **Paralelogramma:** $S=ab\sin\alpha$
- **Rombusz:** $S=a^2\sin\alpha$
- **A körív hossza:** $l=\dfrac{\pi r\alpha^\circ}{180^\circ}$
- **A körcikk területe:** $S=\dfrac{\pi r^2\alpha^\circ}{360^\circ}$

- **Szinusztétel:** $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}=2R$
- **Koszinusztétel:** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- **Hasáb:** $P=2S+S_{pl}$, $V=S\cdot v$
- **Henger:** $P=2\pi r^2+2\pi rv$, $V=\pi r^2 v$
- **Gúla:** $P=S+S_{pl}$, $V=\dfrac{1}{3}S\cdot v$
- **Kúp:** $P=\pi r\cdot(r+s)$, $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2\cdot v$

- **Gömb:** $P=4\pi r^2$, $V=\dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Tengelypont:** $T(p,q),\ p = \dfrac{-b}{2a},\ q = \dfrac{-D}{4a},$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Zérushelyek:** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},\ D = b^2 - 4ac$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n\log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- **Számtani sorozat:** $a_n = a_1 + (n-1)d,\ s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- **Mértani sorozat:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1},\ s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Kamatszámítás**: $G_n = G_0 + o,\ o = \dfrac{G_0 \cdot n \cdot p}{100}$
- **Kamatoskamat-számítás:** $G_n = G_0 r^n,\ r = 1 + \dfrac{p}{100}$

8. Statisztika

- **Középérték (számtani közép):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$

$$\overline{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$

1. del / ***1. rész***
Rešite vse naloge.
Oldjon meg minden feladatot!

1. Okrajšajte ulomek: $\dfrac{x^2-4}{2x^2+4x}$.

   Egyszerűsítse az $\dfrac{x^2-4}{2x^2+4x}$ *törtet!*

(4 točke/pont)

2. V okvirček zapišite ustrezna števila, tako da bodo veljale enakosti:

A keretbe írja be a megfelelő számokat úgy, hogy az egyenlőségek érvényesek legyenek!

$$\sqrt[3]{\square} = 5$$

$$\sqrt[7]{a^{14}} = a^{\square}$$

$$9^{\frac{1}{2}} = \square$$

$$\sqrt{175} = 5\sqrt{\square}$$

(4 točke/pont)

3. Dano je zaporedje $a_n = 20 - 3n$. Izračunajte vsoto vseh pozitivnih členov zaporedja.

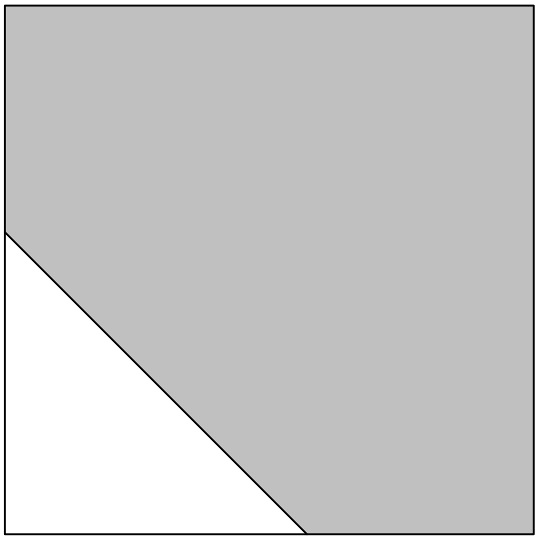
Adott az $a_n = 20 - 3n$ *sorozat. Számítsa ki a sorozat összes pozitív tagjának az összegét!*

(4 točke/pont)

4. Kvadratu s stranico $7\ \mathrm{cm}$ odrežemo enakokraki pravokotni trikotnik s krakoma $4\ \mathrm{cm}$ (glejte sliko). Izračunajte obseg tako nastalega petkotnika.

Az $7\ \mathrm{cm}$ *oldalú négyszögből levágunk egy egyenlő szárú háromszöget, amelynek szárhossza* $4\ \mathrm{cm}$ *(nézze meg az ábrát). Számítsa ki az így kapott ötszög kerületét!*

(4 točke/pont)



5. Matic je v banki položil 1000 evrov. Banka denar obrestuje obrestno po obrestni meri $4\ \%$ z letnim pripisom obresti. Koliko denarja bo imel Matic čez 5 let?

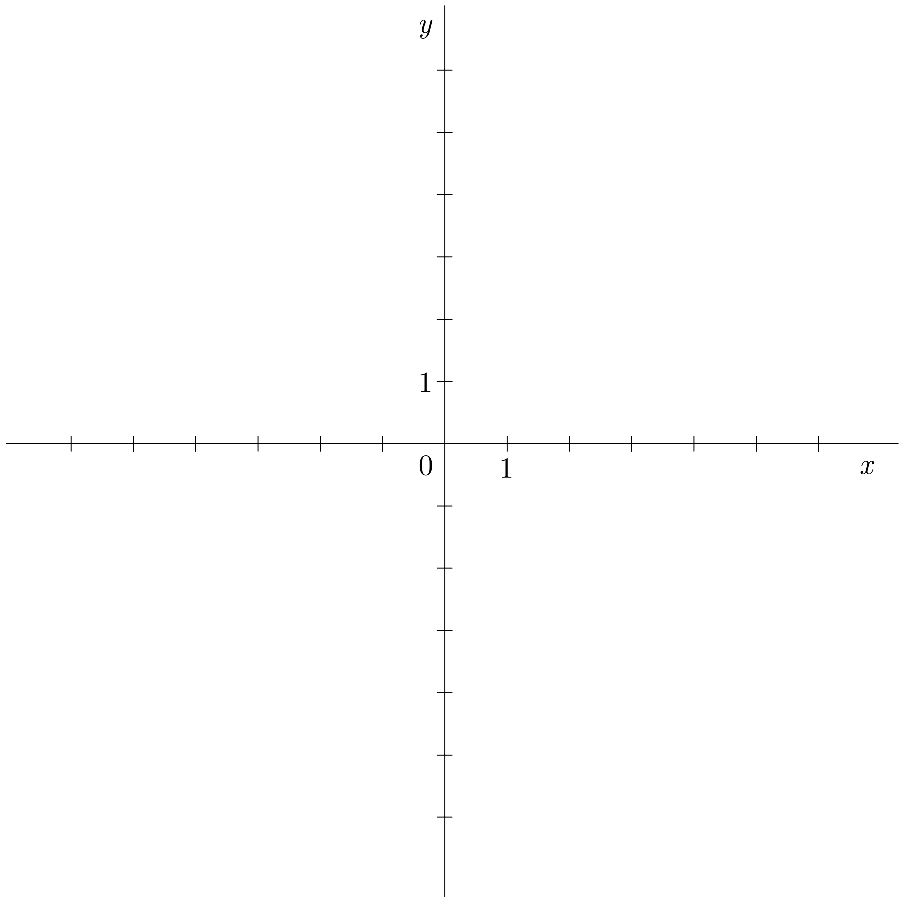
Matyi a bankban 1000 euró *betétet kötött le. A bank a pénzt évi* $4\ \%$ *-os kamattal kamatozza. Mennyi pénze lesz Matyinak* 5 *év múlva?*

(4 točke/pont)

6. Dani sta premici $y=-x-2$ in $y+x=0$. Narišite premici v dani koordinatni sistem in opišite njuno medsebojno lego.

Adott az $y=-x-2$ *és az* $y+x=0$ *egyenes. Rajzolja meg az egyeneseket az adott koordináta-rendszerben, és írja le kölcsönös helyzetüket!*

(5 točk/pont)



7. Izračunajte natančno vrednost $\cos\alpha$, če je $\sin\alpha = \frac{2}{5}$ in je α ostri kot.

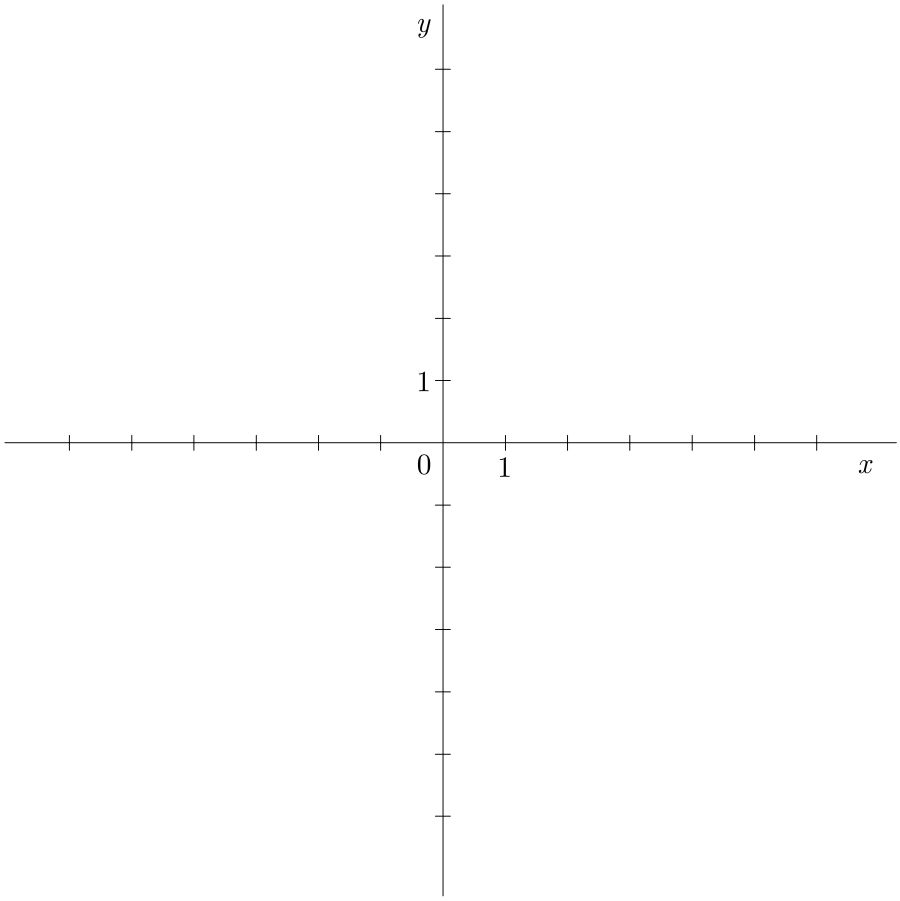
Számítsa ki a $\cos\alpha$ *pontos értékét, ha a* $\sin\alpha = \frac{2}{5}$ *és az* α *hegyesszög!*

(5 točk/pont)

8. Skicirajte graf kvadratne funkcije $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$ v dani koordinatni sistem.

Ábrázolja az $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$ *másodfokú függvény grafikonját az adott koordináta-rendszerben!*

(5 točk/pont)



9. V ostrokotnem trikotniku ABC kot med višino v_c in stranico b meri 40°, kot β pa 65°. Narišite skico. Izračunajte preostala notranja kota trikotnika ABC.

A hegyesszögű ABC háromszögben a v_c magasság és a b oldal közti szög 40°, a β szög pedig 65°. Rajzolja meg a háromszög ábráját! Számítsa ki az ABC háromszög másik két belső szögét!

(5 točk/pont)

2. del / *2. rész*

Izberite dve nalogi, obkrožite njuni zaporedni številki in ju rešite.

Válasszon ki két feladatot, karikázza be a sorszámukat, és oldja meg őket!

1. Dani sta eksponentna funkcija $f(x) = 2^x$ in logaritemska funkcija $g(x) = \log_2 x$.

   Adott az $f(x) = 2^x$ exponenciális függvény és a $g(x) = \log_2 x$ logaritmusfüggvény.

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Dopolnite preglednici in narišite grafa funkcij v dani koordinatni sistem.
Egészítse ki a táblázatokat, és rajzolja meg a függvények grafikonjait az adott koordináta-rendszerben!

(8 točk/pont)

x	$f(x)$
-1	
0	
1	
2	

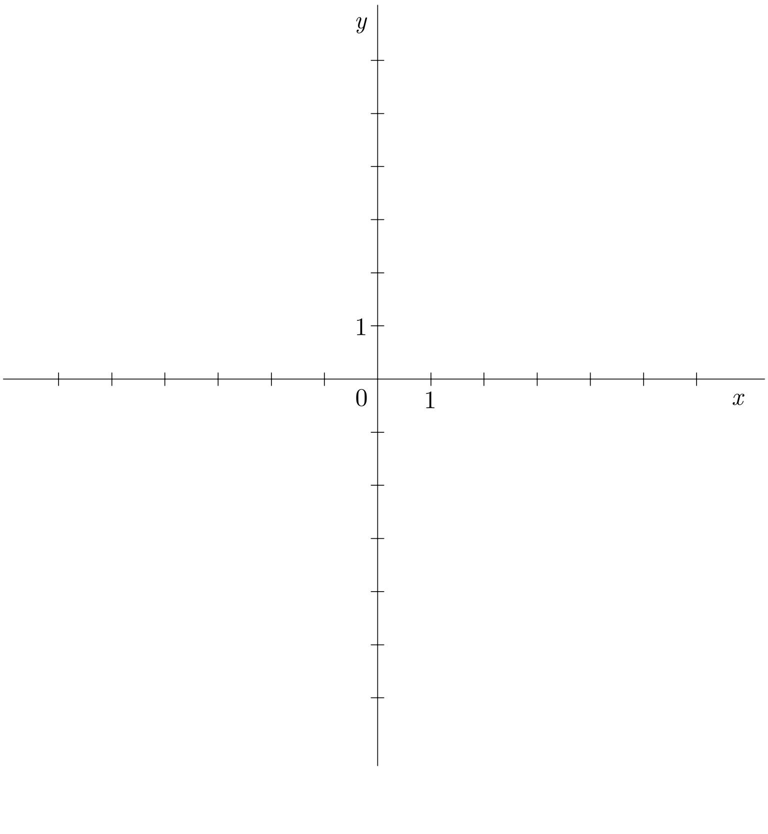
x	$g(x)$
$\frac{1}{2}$	
1	
2	
4	

b) Izračunajte $f(-1) \cdot f(-2) - f(-3)$.
Számítsa ki: $f(-1) \cdot f(-2) - f(-3)$!

(4 točke/pont)

c) Rešite enačbo $g(x) = 4$.
Oldja meg a $g(x) = 4$ egyenletet!

(3 točke/pont)



2. Podjetje je načrtovalo, da bo imelo v prvi tretjini leta povprečni mesečni dohodek 55000 evrov. Januarja je ustvarilo 45500 evrov dohodka, februarja 58000 evrov dohodka, marca pa tri četrtine februarskega dohodka. Aprilski dohodek je bil ravno tolikšen, da je bil načrt podjetja dosežen.

   Egy vállalat azt tervezte, hogy az év első harmadában az átlagos havi jövedelme 55000 *euró lesz. Januárban* 45500 *euró jövedelmet termelt, februárban* 58000 *eurót, márciusban pedig a februári jövedelem háromnegyedét. Az áprilisi jövedelem éppen csak olyan volt, hogy elérték vele a vállalat tervét.*

   (Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

   a) Izračunajte, kolikšen je bil aprilski dohodek podjetja.
   Számítsa ki, milyen volt a vállalat áprilisi jövedelme!

   (7 točk/pont)

   b) S histogramom prikažite mesečni dohodek podjetja za prve štiri mesece leta.
   Hisztogrammal mutassa be a vállalat havi jövedelmét az év első négy hónapjában!

   (4 točke/pont)

   c) Koliko odstotkov od celotnega dohodka v prvi tretjini leta je podjetje ustvarilo februarja?
   Az év első harmadának összes jövedelméből hány százalékot termelt a vállalat februárban?

   (4 točke/pont)

3. Osnovna ploskev pokončne štiristrane piramide je kvadrat z dolžino stranice $2\ \mathrm{dm}$. Višina piramide je $6\ \mathrm{dm}$.

Az egyenes négyoldalú gúla alaplapja egy $2\ \mathrm{dm}$ *oldalú négyszög. A gúla magassága* $6\ \mathrm{dm}$.

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Narišite skico in izračunajte prostornino piramide.
Rajzoljon ábrát, és számítsa ki a gúla térfogatát!

(5 točk/pont)

b) Izračunajte površino piramide.
Számítsa ki a gúla felszínét!

(7 točk/pont)

c) Izračunajte dolžino stranskega roba piramide.
Számítsa ki a gúla oldalélének hosszát!

(3 točke/pont)

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran
Üres oldal