



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 1 1 2 C 1 0 1 1 1 1

SESSIONE AUTUNNALE

MATEMATICA

Prova d'esame

Venerdì, 26 agosto 2011 / 120 minuti

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglietene due e risolvetele. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

Nella seguente tabella segname con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte.

In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile sarà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 bianche.

FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$
 $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$; $R = \frac{abc}{4A}$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$ • **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$ • **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:** $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi di solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Sfera:** $A_t = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:**
 $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Cono:** $A_t = \pi r(r + l)$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:** $M = C + I$; $I = \frac{C \cdot n \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{p}{100}$

8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$,
 $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

Pagina vuota

Parte prima.
Risolvete tutti i quesiti.

1. Riducete le frazioni $\frac{11}{16}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{25}{32}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{8}$ al denominatore comune e poi riportatele in sequenza ordinata nello schema sottostante:

< < < <

(4 punti)

2. Semplificate l'espressione:

$$\frac{x-3}{3} - \left(\frac{x}{2} - 2x + 1\right).$$

(4 punti)

3. Utilizzando dei cubi Jernej costruisce delle torri. Per la prima torre utilizza 5 cubi, per la seconda ne utilizza 8, per la terza 11 e così di seguito. Calcolate il numero di cubi che Jernej utilizzerà per costruire la nona torre, che assieme alle otto precedenti forma una progressione aritmetica.

(4 punti)

4. Ana, Luka e Miha si ripartiscono 260 euro. Ana riceve il 30 % della somma mentre Luka e Miha ricevono il medesimo importo. Quanto riceve ciascuno dei tre?

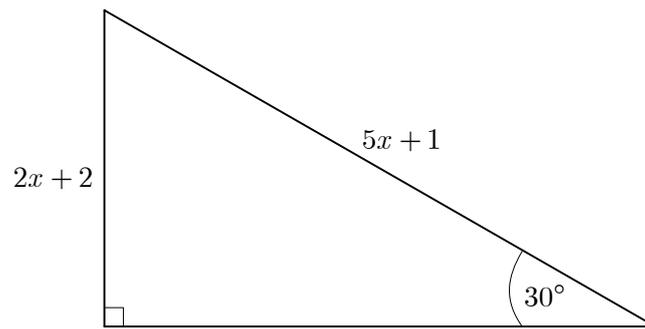
(4 punti)

5. Ricavate la x dalla seguente uguaglianza:

$$\log x = \log(a - b) + 2 \cdot \log a - \log(a + b).$$

(4 punti)

6. Calcolate la lunghezza dell'ipotenusa del triangolo rettangolo della figura sottostante.



(5 punti)

7. Jaka possiede 5 tronchi di quercia di forma cilindrica. La lunghezza di ogni tronco è di 3,5 m mentre il loro raggio misura 0,25 m. Quanti Euro ricaverà dalla vendita dei tronchi, se la legna di quercia si vende a 86 Euro al metro cubo?

(5 punti)

8. Siano date le funzioni $f(x) = 3x + 1$ e $g(x) = x^2 - 3$. Calcolate le coordinate dei punti d'intersezione dei grafici delle funzioni f e g .

(5 punti)

9. Nella seguente tabella sono elencati i cognomi più diffusi in Slovenia e le rispettive frequenze riferite al 2007. In quell'anno la Slovenia contava 2053540 abitanti (dato riportato dall' Ufficio statistico della RS). Calcolate quante volte maggiore risultava la frequenza del cognome Horvat rispetto a quella del cognome Vidmar. A quanto ammontava nel 2007 la percentuale di persone in Slovenia con il cognome Novak?

	Cognome	Numero
1.	NOVAK	11307
2.	HORVAT	10017
3.	KRAJNC	5708
4.	KOVAČIČ	5639
5.	ZUPANČIČ	5103
6.	KOVAČ	4800
7.	POTOČNIK	4738
8.	MLAKAR	4000
9.	VIDMAR	3938
10.	KOS	3914

(5 punti)

Parte seconda.

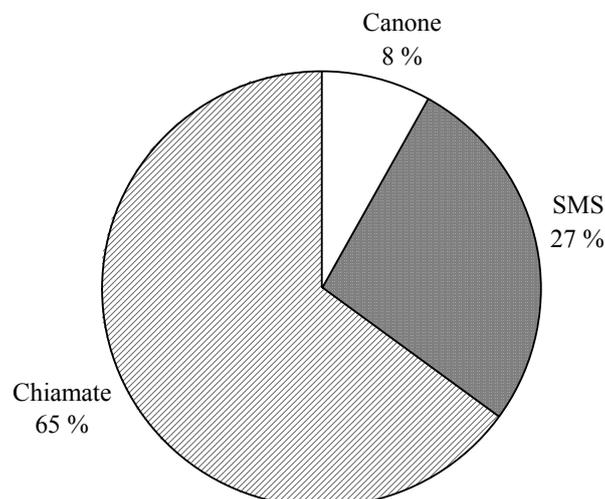
Scegliete due quesiti, cerchiatene il numero progressivo e risolvete.

1. Nella seguente tabella sono riportati gli importi mensili che Nika ha pagato l'anno scorso per l'uso del telefono cellulare:

Mese	Importo (in Euro)
Gennaio	114,34
Febbraio	80,86
Marzo	57,72
Aprile	58,60
Maggio	91,16
Giugno	85,06
Luglio	92,09
Agosto	83,81
Settembre	67,34
Ottobre	65,40
Novembre	65,56
Dicembre	95,06

(Totale 15 punti)

- a) Calcolate l'importo medio mensile pagato da Nika. Per quanti mesi Nika ha pagato un importo maggiore di quello medio mensile?
(4 punti)
- b) L'anno scorso Nika usufruiva di una borsa di studio che ammontava a 220 Euro mensili. Calcolate quale percentuale dell'importo della borsa di studio Nika ha speso per il telefono cellulare.
(4 punti)
- c) Il diagramma circolare rappresenta le quote pagate l'anno scorso da Nika per gli SMS, per il canone e per le chiamate. Quanti Euro ha pagato Nika l'anno scorso per ciascuna di queste voci?
(7 punti)



2. La somma delle lunghezze degli spigoli di un cubo di legno ammonta a 96 cm.

(Totale 15 punti)

a) Disegnate a mano libera il cubo e calcolate la lunghezza di uno spigolo.

(4 punti)

b) Calcolate l'area totale e il volume del cubo esprimendo i risultati rispettivamente in millimetri quadrati e in litri.

(6 punti)

c) Calcolate il volume della sfera di massimo raggio che si potrebbe ricavare con la tornitura di questo cubo.

(5 punti)

3. Sia data la funzione razionale $f(x) = \frac{x-2}{x^2+2x+1}$.

(Totale 15 punti)

a) Calcolate lo zero della funzione, il polo, l'intersezione del suo grafico con l'asse delle ordinate e scrivete l'equazione dell'asintoto orizzontale.

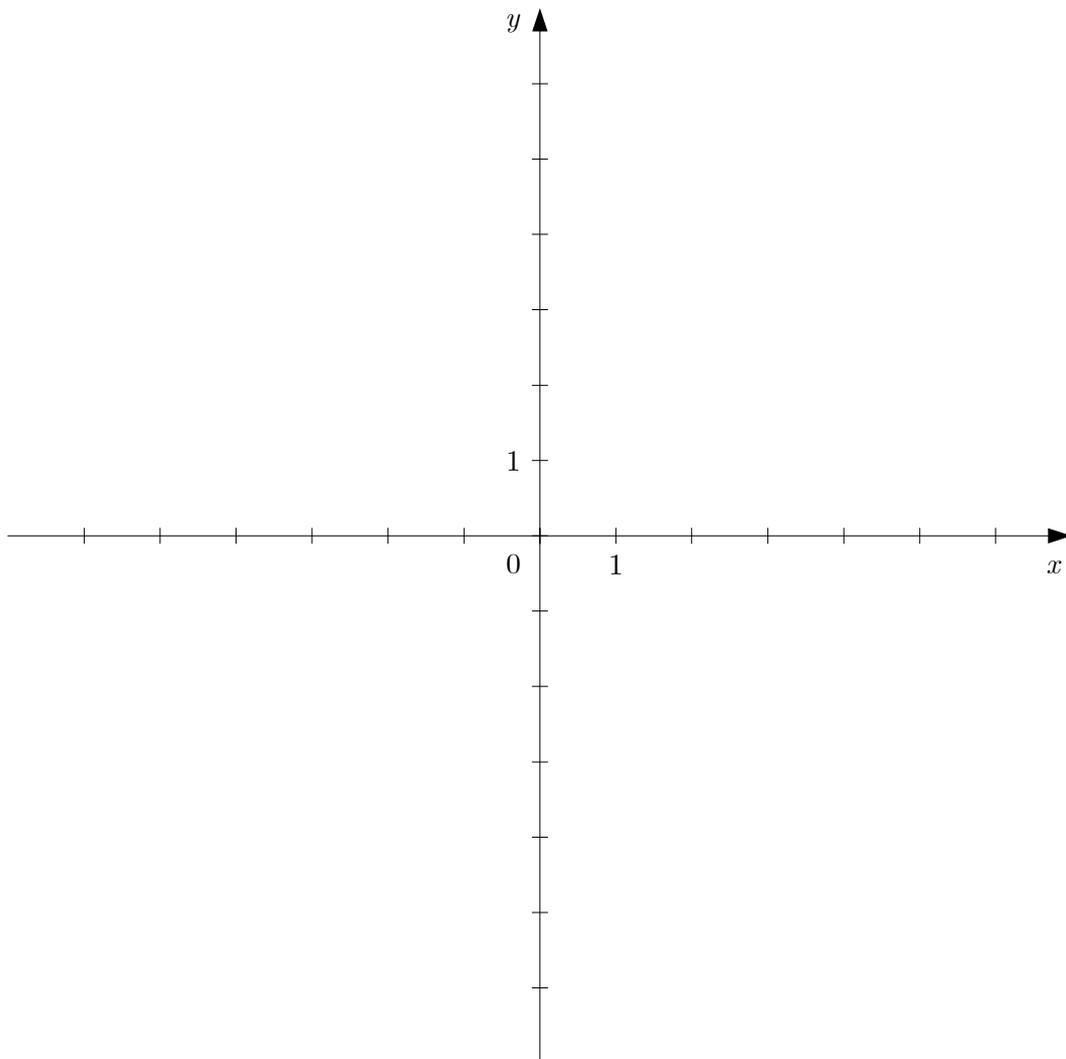
(5 punti)

b) Disegnate il grafico della funzione f nel sistema cartesiano già tracciato e determinate per quali valori della variabile x è $f(x) > 0$.

(7 punti)

c) Calcolate con esattezza il valore dell'espressione: $f(1) - f(-2)$.

(3 punti)



Pagina vuota