Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

P 1 1 2 C 1 0 1 1 1 M

JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola / *Feladatlap*

Petek, 26. avgust 2011 / 120 minut
2011. augusztus 26., péntek / 120 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, numerično žepno računalo brez grafičnega zaslona in možnosti simbolnega računanja, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo, kotomer in trigonir.
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, algebrai számítási rendszer lehetőség nélküli és csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt, háromszögvonalzót (geo-háromszögvonalzót), vonalzót, szögmérőt és trigonirt (360°-os szögmérőt) hoz magával.
A jelölt egy értékelő lapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.

POKLICNA MATURA
SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 24 strani, od tega 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 24 oldal, ebből 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite oziroma vpišite svojo šifro v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec ter na konceptna lista.

Izpitna pola ima dva dela. Prvi del vsebuje 9 nalog. Drugi del vsebuje 3 naloge, izmed katerih izberite in rešite dve. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 70, od tega 40 v prvem delu in 30 v drugem delu. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s formulami na 3. in 4. strani.

V preglednici z "x" zaznamujte, kateri dve nalogi v drugem delu naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo ocenil prvi dve nalogi, ki ste ju reševali.

1	2	3

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom in jih vpisujte v izpitno polo v za to predvideni prostor; grafe funkcij, geometrijske skice in risbe pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev napišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutke rešitev lahko napišete na konceptna lista, vendar se ti pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza, illetve írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe, az értékelő lapokra és a vázlathoz kapott pótlapokra!

A feladatlap két részből áll. Az első rész 9 feladatot tartalmaz. A második részben 3 feladat van, ebből kettőt oldjon meg! Összesen 70 pont érhető el: 40 pont az első, 30 pont a második részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja az 5. és 6. oldalon található képletgyűjteményt.

A táblázatban jelölje meg x-szel, a második rész melyik két feladatát értékelje az értékelő! *Ha ezt nem teszi meg, az értékelő tanár az első két megoldott feladatot értékeli.*

1.	*2.*	*3.*

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat, a mértani ábrákat és a rajzokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. Vázlatát írja a pótlapokra, ám azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

FORMULE

1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini, linearna funkcija

- **Razdalja dveh točk v ravnini:** $d(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Linearna funkcija:** $f(x) = kx + n$
- **Smerni koeficient:** $k = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Naklonski kot premice:** $k = \tan\varphi$
- **Kot med premicama:** $\tan\varphi = \left|\dfrac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$

2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene s S)

- **Trikotnik:** $S = \dfrac{c \cdot v_c}{2} = \dfrac{1}{2} ab \sin\gamma$

  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \dfrac{a+b+c}{2}$
- **Polmera trikotniku očrtanega (R) in včrtanega (r) kroga:** $R = \dfrac{abc}{4S}$, $r = \dfrac{S}{s}$, $\left(s = \dfrac{a+b+c}{2}\right)$
- **Enakostranični trikotnik:** $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, romb:** $S = \dfrac{e \cdot f}{2}$
- **Trapez:** $S = \dfrac{a+c}{2} \cdot v$
- **Paralelogram:** $S = ab\sin\alpha$
- **Romb:** $S = a^2 \sin\alpha$
- **Dolžina krožnega loka:** $l = \dfrac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Ploščina krožnega izseka:** $S = \dfrac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Sinusni izrek:** $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- **Kosinusni izrek:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- **Prizma:** $P = 2S + S_{pl}$, $V = S \cdot v$
- **Valj:** $P = 2\pi r^2 + 2\pi r v$, $V = \pi r^2 v$
- **Piramida:** $P = S + S_{pl}$, $V = \dfrac{1}{3} S \cdot v$
- **Stožec:** $P = \pi r(r + s)$, $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 v$
- **Krogla:** $P = 4\pi r^2$, $V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Kotne funkcije

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \tan^2 \alpha = \dfrac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Kvadratna funkcija, kvadratna enačba

- $f(x) = ax^2 + bx + c$

Teme: $T(p, q)$, $p = \dfrac{-b}{2a}$, $q = \dfrac{-D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$

- $ax^2 + bx + c = 0$

Ničli: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Geometrijsko zaporedje:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Navadno obrestovanje:** $G_n = G_0 + o$, $o = \dfrac{G_0 \cdot n \cdot p}{100}$
- **Obrestno obrestovanje:** $G_n = G_0 r^n$, $r = 1 + \dfrac{p}{100}$

8. Obdelava podatkov (statistika)

- Srednja vrednost (aritmetična sredina): $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$

$$\overline{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \ldots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \ldots + f_k}$$

KÉPLETEK

1. A derékszögű koordináta-rendszer a síkban, a lineáris függvény

- ***Két pont távolsága a síkban:*** $d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- ***Lineáris függvény:*** $f(x)=kx+n$
- ***A lineáris függvény iránytényezője:*** $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- ***Az egyenes hajlásszöge:*** $k=\tan\varphi$
- ***Két egyenes hajlásszöge:*** $\tan\varphi=\left|\dfrac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|$

2. Síkmértan (a síkidomok területe S -sel van jelölve)

- ***Háromszög:*** $S=\dfrac{c\cdot v_c}{2}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$
- ***A háromszög köré írható kör sugara*** (R) ***és a háromszögbe írható kör sugara*** (r)***:***

  $R=\dfrac{abc}{4S}$, $r=\dfrac{S}{s}$, $\left(s=\dfrac{a+b+c}{2}\right)$
- ***Egyenlő oldalú háromszög:*** $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$
- ***Deltoid, rombusz:*** $S=\dfrac{e\cdot f}{2}$
- ***Trapéz:*** $S=\dfrac{a+c}{2}\cdot v$
- ***Paralelogramma:*** $S=ab\sin\alpha$
- ***Rombusz:*** $S=a^2\sin\alpha$
- ***A körív hossza:*** $l=\dfrac{\pi r\alpha^\circ}{180^\circ}$
- ***A körcikk területe:*** $S=\dfrac{\pi r^2\alpha^\circ}{360^\circ}$

- ***Szinusztétel:*** $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}=2R$
- ***Koszinusztétel:*** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- ***Hasáb:*** $P=2S+S_{pl}$, $V=S\cdot v$
- ***Henger:*** $P=2\pi r^2+2\pi rv$, $V=\pi r^2 v$
- ***Gúla:*** $P=S+S_{pl}$, $V=\dfrac{1}{3}S\cdot v$
- ***Kúp:*** $P=\pi r\cdot(r+s)$, $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2\cdot v$
- ***Gömb:*** $P=4\pi r^2$, $V=\dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Tengelypont:** $T(p,q)$, $p = \dfrac{-b}{2a}$, $q = \dfrac{-D}{4a}$,
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Zérushelyek:** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a x^n = n\log_a x$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

7. Sorozatok

- ***Számtani sorozat:*** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- ***Mértani sorozat:*** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$
- ***Kamatszámítás***: $G_n = G_0 + o$, $o = \dfrac{G_0 \cdot n \cdot p}{100}$
- ***Kamatoskamat-számítás:*** $G_n = G_0 r^n$, $r = 1 + \dfrac{p}{100}$

8. Statisztika

- ***Középérték (számtani közép):*** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$

$$\overline{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$

1. del / ***1. rész***

Rešite vse naloge. / ***Minden feladatot oldjon meg!***

1. Razširite ulomke $\frac{11}{16}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{25}{32}$, $\frac{3}{4}$ in $\frac{5}{8}$ na skupni imenovalec ter jih urejene po velikosti vpišite v shemo:

   Hozza közös nevezőre a $\frac{11}{16}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{25}{32}$, $\frac{3}{4}$ és $\frac{5}{8}$ *törteket, majd nagyság szerint írja be őket az alábbi ábrába!*

$$\square < \square < \square < \square < \square$$

(4 točke/pont)

2. Poenostavite izraz: $\dfrac{x-3}{3}-\left(\dfrac{x}{2}-2x+1\right)$.

Egyszerűsítse az $\dfrac{x-3}{3}-\left(\dfrac{x}{2}-2x+1\right)$ *kifejezést!*

(4 točke/pont)

3. Jernej je gradil stolpe iz kock. Prvega je zgradil iz 5 kock, drugega iz 8 kock, tretjega iz 11 kock in tako naprej. Izračunajte, koliko kock je Jernej potreboval za deveti stolp, ki je s predhodnimi osmimi stolpi tvoril aritmetično zaporedje.

   Jernej oszlopokat épített kockákból. Az elsőt 5 *kockából építette meg, a másadikat* 8 *kockából, a harmadikat* 11 *kockából stb. Számítsa ki, hány kockára volt szüksége Jernejnek a kilencedik oszlopnál, ha ez az előbbi nyolccal egy számtani sorozatot alkotott?*

(4 točke/pont)

4. Ana, Luka in Miha so si razdelili 260 evrov. Ana je dobila 30 % celotnega zneska, Luka pa enak znesek kakor Miha. Koliko je dobil vsak?

   Ana, Luka és Miha 260 *eurót osztottak el egymás között. Ana az egész összeg* 30 %*-át kapta meg, Luka pedig ugyanannyit kapott, mint Miha. Mennyi pénzt kaptak egyenként?*

(4 točke/pont)

5. Izrazite x v enakosti:

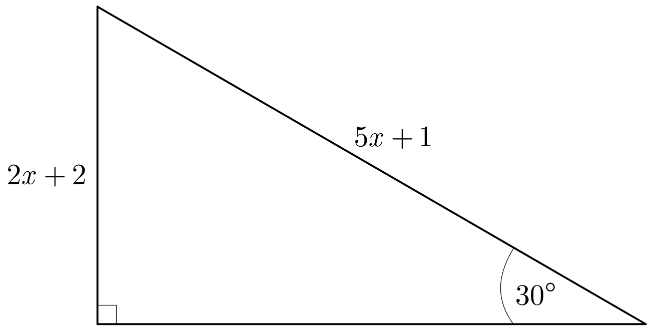
$\log x=\log(a-b)+2\cdot\log a-\log(a+b)$.

Fejezze ki az x *-et a* $\log x=\log(a-b)+2\cdot\log a-\log(a+b)$ *egyenlőségben!*

(4 točke/pont)

6. Izračunajte dolžino hipotenuze pravokotnega trikotnika na skici:

Számítsa ki az ábrán levő derékszögű háromszög átfogójának hosszát!



(5 točk/pont)

7. Jaka ima 5 hrastovih hlodov v obliki valja. Dolžina posameznega hloda je $3{,}5\ \mathrm{m}$, polmer pa $0{,}25\ \mathrm{m}$. Koliko evrov je dobil za les, če je cena hrastovega lesa 86 evrov za kubični meter?

   Jakának 5 *henger alakú tölgyfarönkje van. Az egyes rönkök hossza* $3{,}5\ \mathrm{m}$, *sugaruk pedig* $0{,}25\ \mathrm{m}$. *Hány eurót kapott a fáért, ha a tölgyfa ára* 86 *euró köbméterenként?*

(5 točk/pont)

8. Dani sta funkciji $f(x) = 3x + 1$ in $g(x) = x^2 - 3$. Izračunajte presečišči grafov funkcij f in g.

Adott az $f(x) = 3x + 1$ *és a* $g(x) = x^2 - 3$ *függvény. Számítsa ki az* f *és a* g *függvény grafikonjainak metszéspontjait!*

(5 točk/pont)

9. V preglednici so najpogostejši priimki v Sloveniji in število oseb s tem priimkom za leto 2007. Tega leta je bilo v Sloveniji 2053540 prebivalcev (vir: Statistični urad RS). Izračunajte, kolikokrat pogostejši je bil priimek Horvat od priimka Vidmar. Koliko odstotkov oseb v Sloveniji je imelo takrat priimek Novak?

A táblázatban a Szlovéniában levő leggyakoribb vezetéknevek láthatók, és azoknak a személyeknek a száma, akiknek 2007-ben ilyen vezetéknevük volt. Ebben az évben Szlovénia összlakossága 2053540 fő volt (forrás: a Szlovén Köztársaság Statisztikai Hivatala). Számítsa ki, mennyivel gyakoribb volt a Horvat vezetéknév, mint a Vidmar! Szlovénia lakosságának hány százaléka viselte akkor a Novak vezetéknevet?

	Priimek *Vezetéknév*	Število *Száma*
1.	NOVAK	11307
2.	HORVAT	10017
3.	KRAJNC	5708
4.	KOVAČIČ	5639
5.	ZUPANČIČ	5103
6.	KOVAČ	4800
7.	POTOČNIK	4738
8.	MLAKAR	4000
9.	VIDMAR	3938
10.	KOS	3914

(5 točk/pont)

2. del / *2. rész*
Izberite dve nalogi, obkrožite njuni zaporedni številki in ju rešite.
Válasszon két feladatot, karikázza be a sorszámukat, és oldja meg őket!

1. Nika je lani za uporabo mobilnega telefona plačala mesečne zneske, ki so navedeni v naslednji preglednici:

   Nika tavaly a mobiltelefon használatáért az alábbi táblázatban lévő havi díjakat fizette:

Mesec *Hónap*	Znesek (v evrih) *Összeg (euróban)*
Januar / *Január*	114,34
Februar / *Február*	80,86
Marec / *Március*	57,72
April / *Április*	58,60
Maj / *Május*	91,16
Junij / *Június*	85,06
Julij / *Július*	92,09
Avgust / *Augusztus*	83,81
September / *Szeptember*	67,34
Oktober / *Október*	65,40
November / *November*	65,56
December / *December*	95,06

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Izračunajte povprečni mesečni znesek Nikinih plačil. Koliko mesecev je plačala večji znesek od povprečnega mesečnega zneska?
Számítsa ki Nika telefonjának átlagos havi díját! Hány hónapig fizetett magasabb díjat az átlagos havi díjnál?

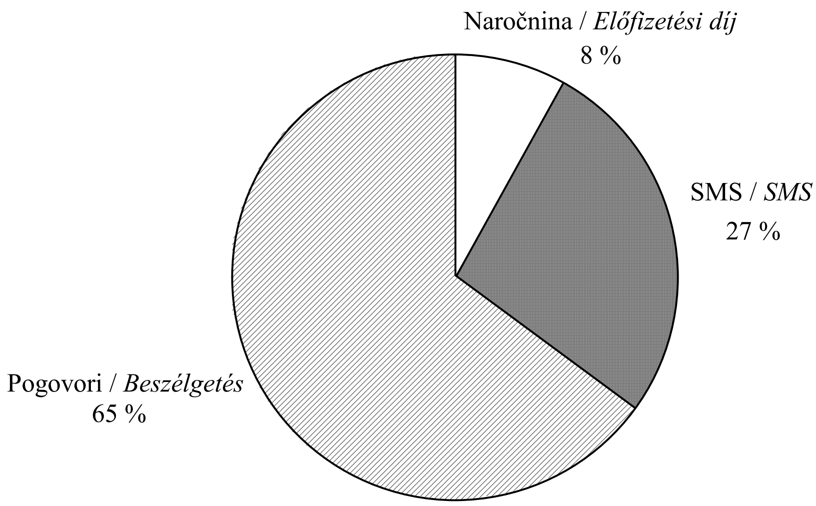
(4 točke/pont)

b) Nika je imela 220 evrov mesečne štipendije. Izračunajte, koliko odstotkov štipendije je lani porabila za uporabo mobilnega telefona.
Nika 220 eurós havi ösztöndíjat kapott. Számítsa ki, az ösztöndíj hány százalékát használta fel tavaly a mobiltelefonjára!

(4 točke/pont)

c) Na krožnem diagramu so predstavljeni deleži letnega zneska, ki jih je Nika lani plačala za SMS, za naročnino in za pogovore. Koliko evrov je Nika lani plačala za posamezno storitev?
A kördiagramon az éves összegnek azok a részei láthatók, amelyeket Nika tavaly SMS-re, előfizetési díjra és beszélgetésekre költött. Hány eurót fizetett Nika tavaly az egyes szolgáltatásokért?

(7 točk/pont)


Naročnina / *Előfizetési díj*
8 %
SMS / *SMS*
27 %
Pogovori / *Beszélgetés*
65 %

2. Vsota dolžin vseh robov lesene kocke meri 96 cm.

   A fakocka összes élhosszainak összege 96 cm.

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Narišite skico in izračunajte dolžino roba kocke.
   Rajzoljon ábrát, és számítsa ki a kocka élének a hosszát!

(4 točke/pont)

b) Izračunajte površino kocke v kvadratnih milimetrih in prostornino kocke v litrih.
   Számítsa ki a kocka felszínét négyzetmilliméterben, és a kocka térfogatát literben!

(6 točk/pont)

c) Izračunajte prostornino največje krogle, ki jo lahko s struženjem naredimo iz dane kocke.
   Számítsa ki annak a legnagyobb gömbnek a térfogatát, amelyet az adott kockából esztergálhatunk!

(5 točk/pont)

3. Dana je racionalna funkcija $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2+2x+1}$.

Adott az $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2+2x+1}$ *racionális függvény!*

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Izračunajte ničlo, pol in presečišče grafa funkcije f z ordinatno osjo ter zapišite enačbo vodoravne asimptote.
Számítsa ki a gyökét, a pólusát és az f *függvény metszéspontját az ordinátatengellyel, majd írja fel a vízszintes asszimptota egyenletét!*

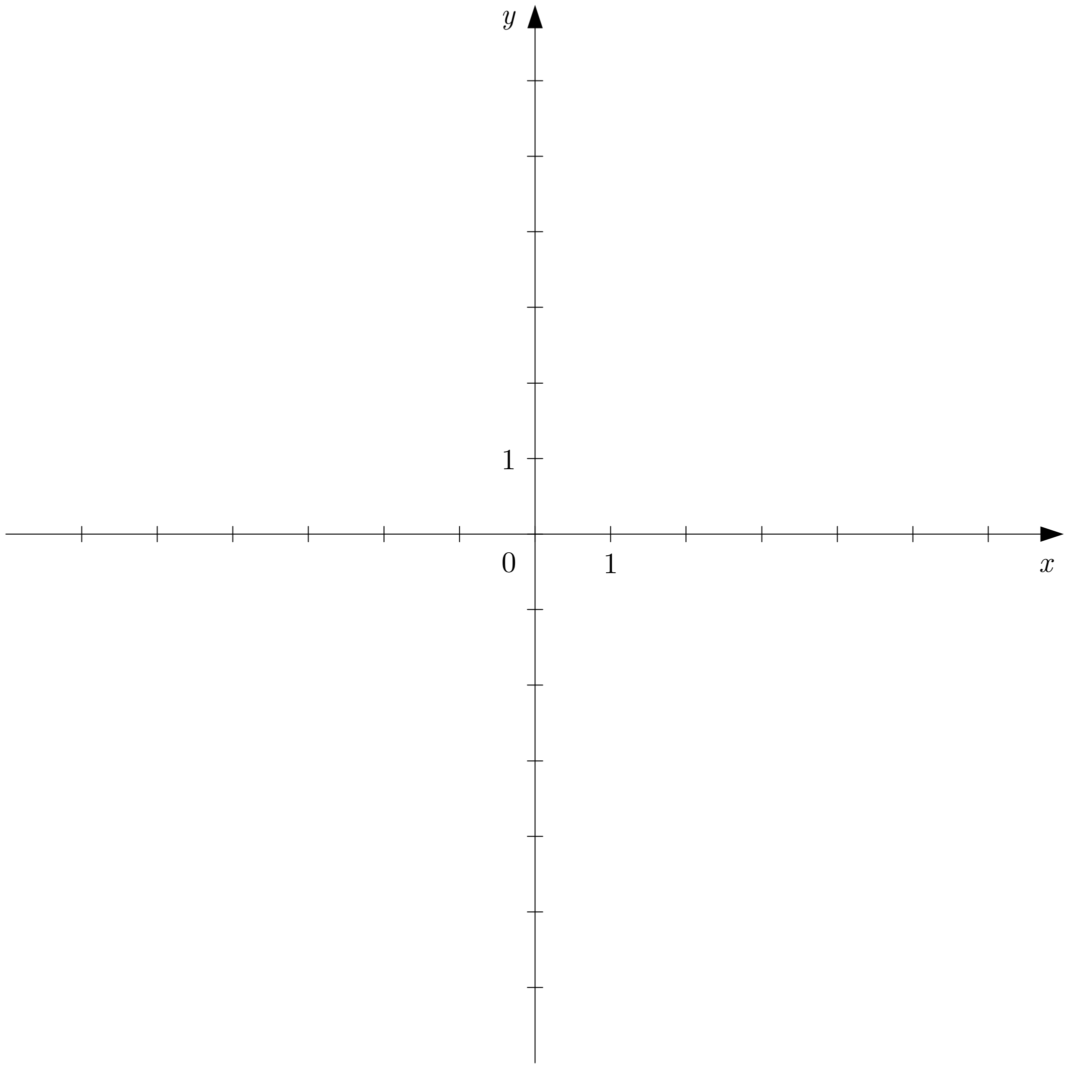
(5 točk/pont)

b) Narišite graf funkcije f v dani koordinatni sistem in zapišite, za katere vrednosti spremenljivke x je $f(x)>0$.
Rajzolja meg az f *függvény grafikonját az adott koordináta-rendszerben, és írja meg, az* x *változó melyik értékeire igaz az* $f(x)>0$ *!*

(7 točk/pont)

c) Natančno izračunajte vrednost izraza: $f(1)-f(-2)$.
Számítsa ki pontosan az $f(1)-f(-2)$ *kifejezés értékét!*

(3 točke/pont)


y
1
0
1
x

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal