



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE PRIMAVERILE

MATEMATICA

Prova d'esame

Sabato, 9 giugno 2012 / 120 minuti

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglierne due e risolverli. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1.	2.	3.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile sarà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 vuote.

FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$
- **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Area di un settore circolare:**
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Sfera:** $A_t = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:** $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Cono:** $A_t = \pi r^2 + \pi r l$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n - 1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:** $M = C + I$, $I = \frac{C \cdot n \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1 + i)^n$, $i = \frac{p}{100}$

8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$,
 $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
 - $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$
 - $f(x) = \sin x$, $f'(x) = \cos x$
 - $f(x) = \cos x$, $f'(x) = -\sin x$
 - $f(x) = \tan x$, $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
 - $f(x) = \ln x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$
 - $f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
 - $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
 - $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
 - $(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$
 - $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
 - $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):** $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):** $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:** $D_{n,r}^i = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):** $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale E :** $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$

Pagina vuota

Parte prima.
Risolvete tutti i quesiti.

1. Semplificate l'espressione $\frac{3}{u+v} : \frac{6u-6v}{u^2-v^2}$.

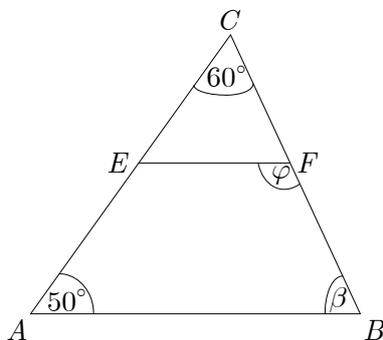
(4 punti)

2. Maja ha versato 4 litri di succo di frutta in bottigliette da 0,25 litri e da 0,3 litri, riempiendo 10 bottigliette da 0,25 litri. Quante bottigliette da 0,3 litri ha riempito?

(4 punti)

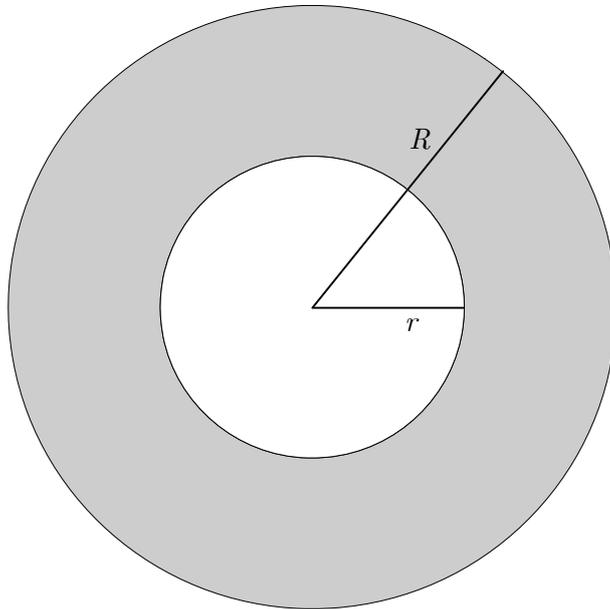
3. Sia dato il triangolo ABC . Il segmento EF è parallelo al lato AB . Calcolate l'ampiezza degli angoli β e φ .

(4 punti)



4. Il raggio esterno R di un incrocio circolare misura 8 m, quello interno r misura 4 m. Calcolate l'area dell'anello stradale compreso tra i due raggi.

(4 punti)



5. Per la scuola Blaž deve leggere 5 libri, scegliendo a piacere l'ordine sequenziale di lettura.
- Calcolate in quanti modi diversi Blaž può scegliere l'ordine di lettura dei libri.
 - Calcolate in quanti modi diversi può scegliere l'ordine di lettura dei libri, se inizia con il libro più voluminoso.

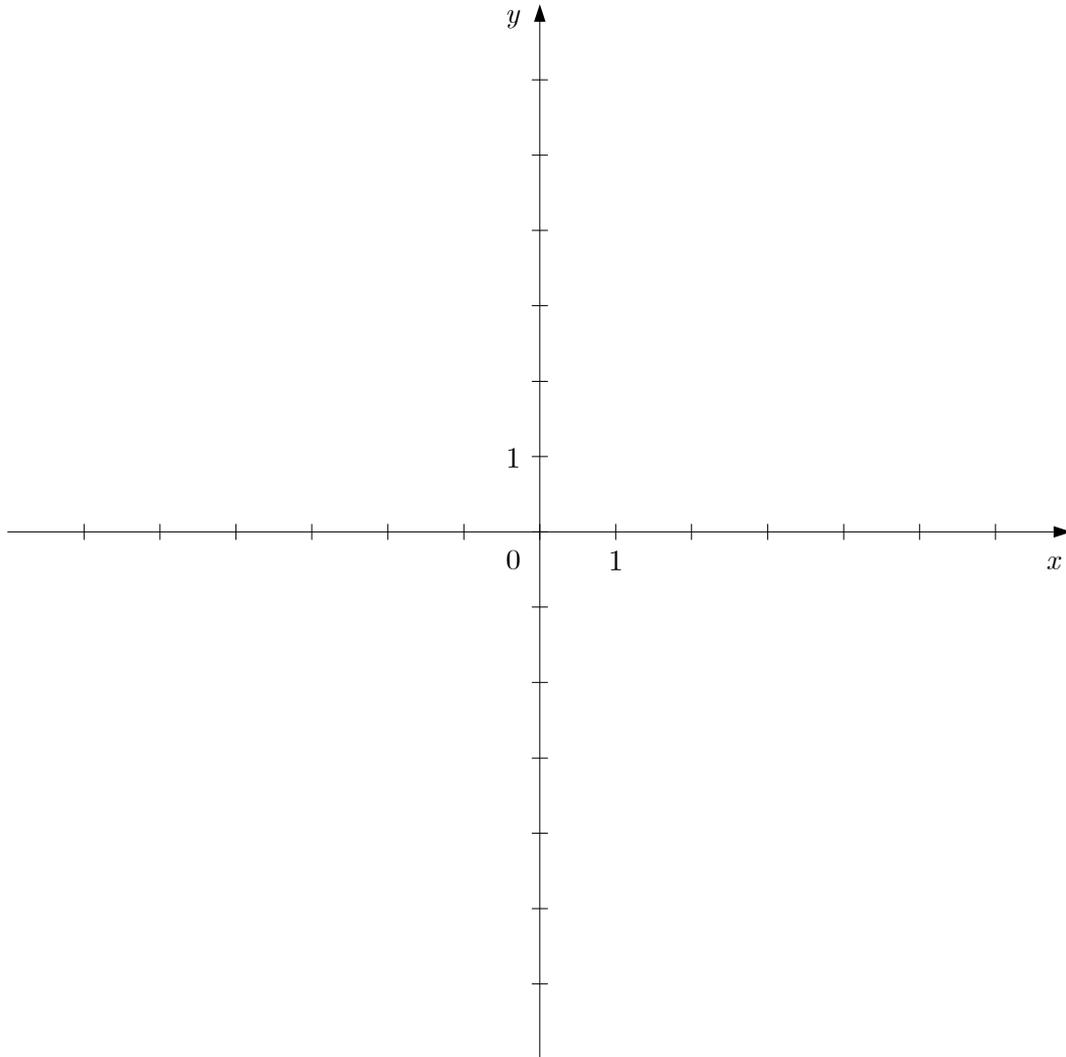
(4 punti)

6. Risolvete l'equazione: $2(x - 3)(x + 1) - (x + 1)^2 = -12$.

(5 punti)

7. Scrivete lo zero, il polo e l'equazione dell'asintoto orizzontale della funzione $f(x) = \frac{x-2}{x+4}$,
tracciate poi il suo grafico nel sistema cartesiano sottostante.

(5 punti)



8. Completate la progressione aritmetica finita che trovate qui sotto aggiungendo i termini mancanti. Scrivete la ragione di tale progressione e poi disegnatene il grafico.

9, 5, _____, -3, _____.

(5 punti)

9. Indicate se le seguenti affermazioni sono vere (V) o false (F) cerchiando la soluzione che ritenete corretta.

- | | | |
|---|---|---|
| a) $\log_9 3 = 2$ | V | F |
| b) La soluzione dell' equazione $2^x = -8$ è $x = -3$. | V | F |
| c) $\text{sen} \frac{\pi}{2} + \cos \pi = 2$ | V | F |
| d) $\text{sen}(-x) = -\text{sen} x$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. | V | F |
| e) $-2^2 = -4$ | V | F |

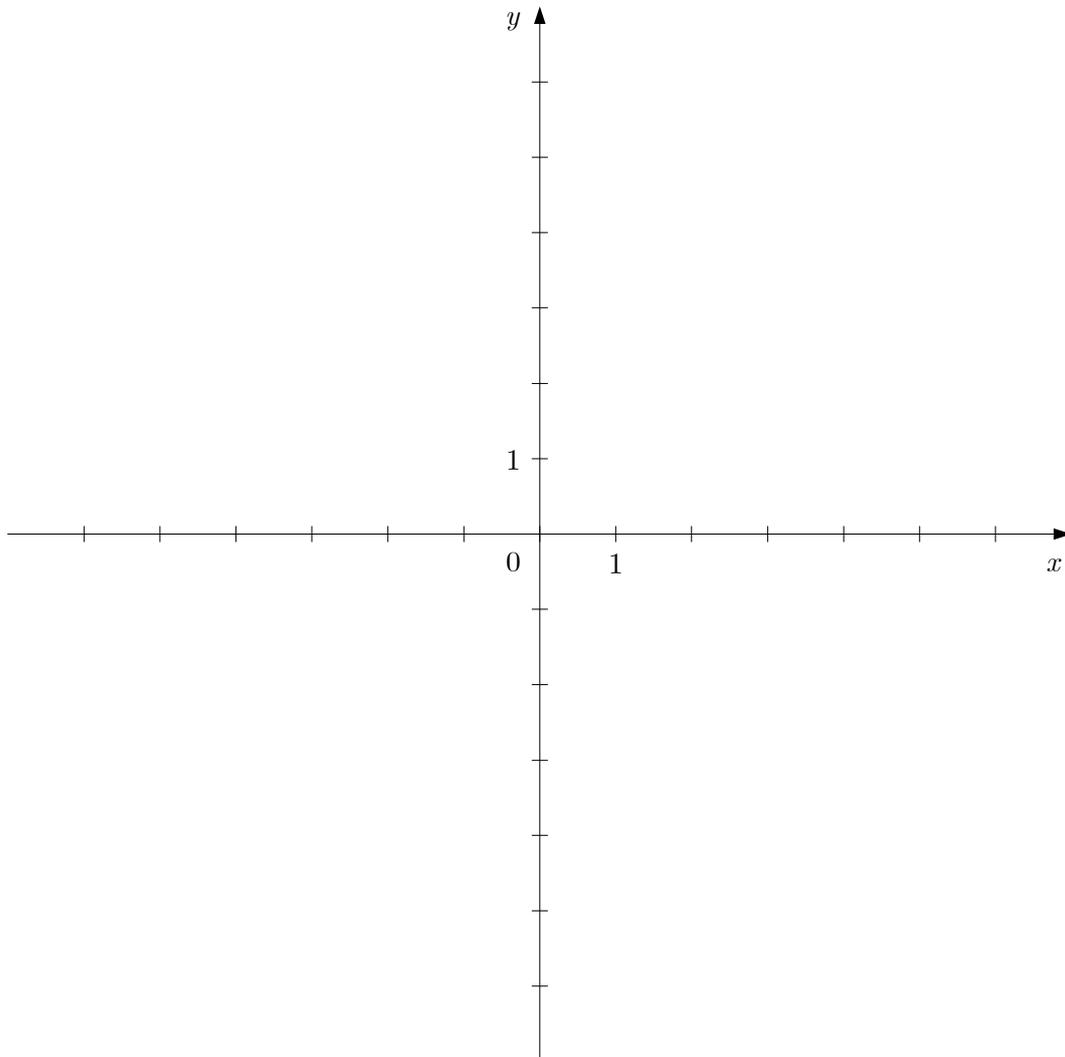
(5 punti)

Parte seconda.**Scegliete due quesiti, cerchiatene il numero progressivo e risolvete.**

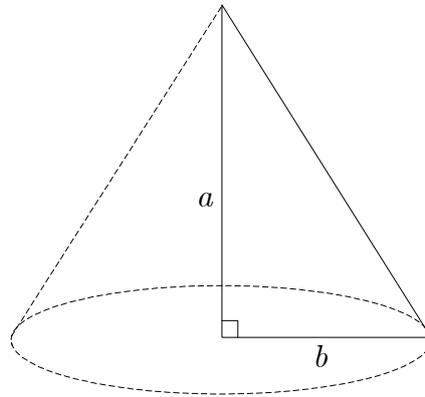
1. Sia data la funzione $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

(Totale 15 punti)

- a) Scrivete le coordinate dei punti d'intersezione del grafico della funzione con gli assi cartesiani e le coordinate del suo vertice. *(5 punti)*
- b) Tracciate il grafico della funzione e scrivete per quali valori di x la funzione è negativa. *(4 punti)*
- c) Scrivete l'equazione della tangente al grafico della funzione nel punto $T(2, y_0)$. *(6 punti)*



2. Ruotiamo di 360° attorno al cateto a un triangolo rettangolo i cui cateti sono $a = 24$ cm e $b = 18$ cm .



(Totale 15 punti)

- a) Calcolate l'angolo al vertice della sezione assiale del cono così generato.
- b) Calcolate l'area laterale del cono.
- c) Calcolate il volume del cono esprimendo il risultato in centimetri quadrati.

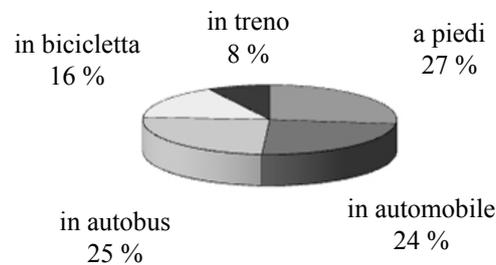
(5 punti)

(5 punti)

(5 punti)

3. Il diagramma sottostante rappresenta la distribuzione degli alunni di una scuola per quanto riguarda le modalità da essi utilizzate per recarvisi quotidianamente.

Modalità di arrivo degli alunni a scuola



(Totale 15 punti)

- a) Calcolate e indicate nella tabella il numero di alunni che utilizza ciascuna modalità. Tenete presente che l'autobus è utilizzato da 125 alunni. Calcolate il numero totale degli alunni di questa scuola.

(6 punti)

Modalità di arrivo	A piedi	In treno	In bicicletta	In autobus	In automobile
Numero di alunni					

- b) Per ciascuna modalità di arrivo indicata nel diagramma circolare, calcolate e scrivete nella tabella le ampiezze dei rispettivi angoli al centro.

(6 punti)

Modalità di arrivo	A piedi	In treno	In bicicletta	In autobus	In automobile
Ampiezza in gradi dell'angolo al centro					

- c) Calcolate la probabilità che un alunno scelto a caso non sia arrivato a scuola a piedi.

(3 punti)

Pagina vuota