



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



P 1 3 2 C 1 0 1 1 1 I

SESSIONE AUTUNNALE

# MATEMATICA

Prova d'esame

**Lunedì, 26 agosto 2013 / 120 minuti**

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".  
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

**MATURITÀ PROFESSIONALE**

## INDICAZIONI PER I CANDIDATI

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglietene due e risolvetele. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 vuote.*

## FORMULE

### 1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:**  $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:**  $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:**  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:**  $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:**  $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

### 2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con $A$ )

- **Triangolo:**  $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta ( $r$ ) e di quella circoscritta ( $R$ ) a un triangolo:**  
 $R = \frac{abc}{4A}$ ,  $r = \frac{A}{s}$ ,  $\left( s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:**  $A = \frac{e \cdot f}{2}$
- **Parallelogramma:**  $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- **Rombo:**  $A = a^2 \sin \alpha$
- **Trapezio:**  $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Area di un settore circolare:**  
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$

### 3. Aree e volumi dei solidi ( $B$ indica l'area di base)

- **Prisma:**  $A_t = 2B + A_l$ ,  $V = B \cdot h$
- **Piramide:**  $A_t = B + A_l$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Sfera:**  $A_t = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:**  $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ ,  $V = \pi r^2 h$
- **Cono:**  $A_t = \pi r^2 + \pi r l$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

### 5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = \frac{-b}{2a}$ ,  $q = \frac{-D}{4a}$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Zeri:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$

### 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

### 7. Successioni

- **Progressione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:**  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:**  $M = C + I$ ,  $I = \frac{Cn \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:**  $M = C(1+i)^n$ ,  $i = \frac{p}{100}$

### 8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$   
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

### 9. Derivate

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Derivate di alcune funzioni elementari:</b><br/> <math>f(x) = x^n</math>, <math>f'(x) = nx^{n-1}</math><br/> <math>f(x) = \text{sen } x</math>, <math>f'(x) = \text{cos } x</math><br/> <math>f(x) = \text{cos } x</math>, <math>f'(x) = -\text{sen } x</math><br/> <math>f(x) = \text{tan } x</math>, <math>f'(x) = \frac{1}{\text{cos}^2 x}</math><br/> <math>f(x) = \ln x</math>, <math>f'(x) = \frac{1}{x}</math><br/> <math>f(x) = e^x</math>, <math>f'(x) = e^x</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Regole di derivazione:</b><br/> <math>(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)</math><br/> <math>(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)</math><br/> <math>(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)</math><br/> <math>\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}</math><br/> <math>(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)</math></li> </ul> |
|---|--|

### 10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):**  $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):**  $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:**  $D'_{n,r} = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):**  $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale E:**  $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$

# Pagina vuota

**PARTE PRIMA.**

Risolvete tutti i quesiti.

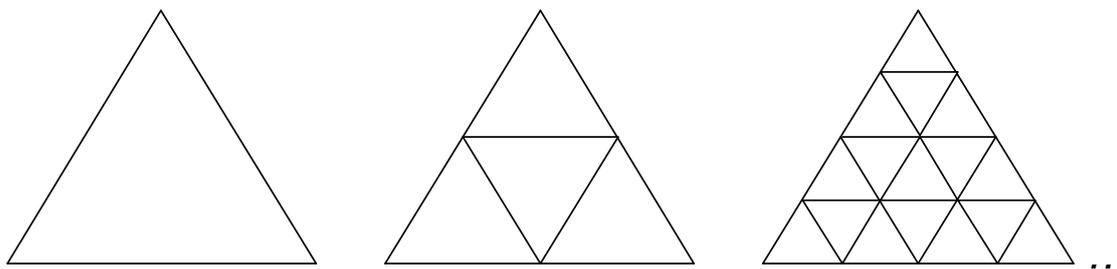
1. Raccogliete il fattore comune e scomponete l'espressione:  $a^5 - 3a^4 + 2a^3$ .

*(4 punti)*

2. Risolvete l'equazione:  $2(x-3) - 3(x+2)^2 + 3x^2 = 2$ .

*(4 punti)*

3. Miha ha disegnato una successione di triangoli. Dopo ogni disegno ha contato il numero di triangoli più piccoli presenti nella figura.



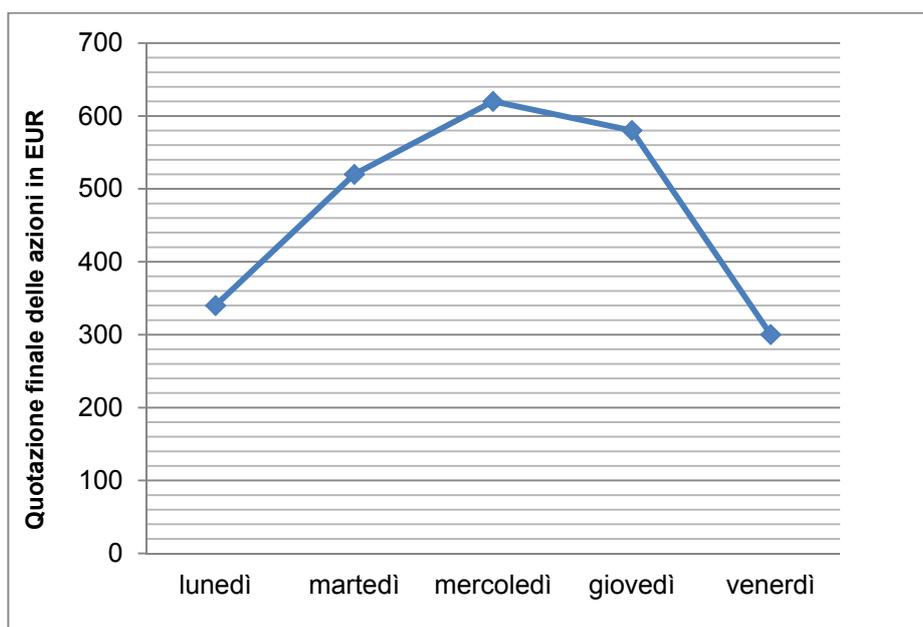
Il primo disegno ha 1 triangolo, il secondo ne ha 4, il terzo ha 16 triangoli piccoli. Calcolate quanti triangoli piccoli conterebbe nel quinto disegno.

(4 punti)

4. Componiamo la combinazione di un congegno d'allarme con un codice di sicurezza a tre cifre. In ciascuna delle tre cifre può essere inserito un numero qualsiasi da 0 a 9. Quanti codici diversi possiamo comporre se decidiamo che alla terza cifra corrisponda il numero 9?

*(4 punti)*

5. La figura mostra il grafico della quotazione finale delle azioni in borsa da un lunedì a un venerdì.



Qual era la quotazione finale massima delle azioni nel periodo considerato?

---

Quante volte, nel periodo considerato, la quotazione finale massima delle azioni è risultata minore di 560 EUR?

---

In quali due giornate successive si è registrato l'aumento maggiore della quotazione finale massima delle azioni?

---

Quanto ha perso un azionista che ha acquistato una azione alla quotazione finale massima di mercoledì e l'ha rivenduta alla quotazione finale massima di venerdì?

---

(4 punti)

6. Il raggio di un pallone da calcio misurava 12 cm . A causa del gelo notturno, il volume del pallone è diminuito del 6 % . Calcolate il nuovo volume e il nuovo raggio del pallone.

*(5 punti)*

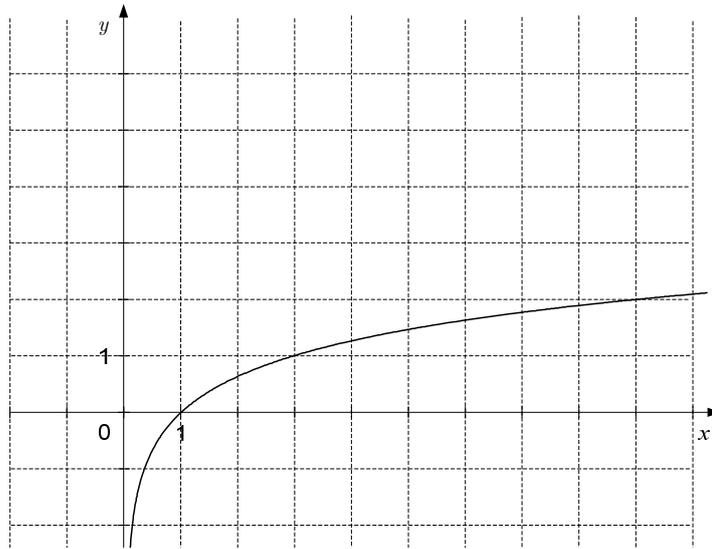
7. Risolvete il sistema di due equazioni lineari a due incognite:

$$2x - y = 5,$$

$$3x + 2y = 4.$$

*(5 punti)*

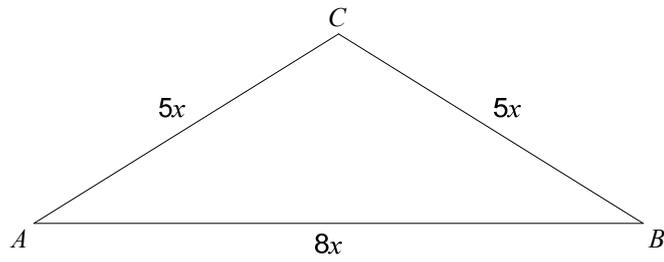
8. La figura mostra il grafico della funzione logaritmica  $f(x) = \log_a x$ . Con l'aiuto del grafico, completate la tabella e calcolate il valore della base  $a$ .



(5 punti)

$x$	$f(x)$
1	
	2

9. Il perimetro del triangolo sottostante è di 36 cm . Calcolate le lunghezze dei lati e l'area del triangolo.



(5 punti)

**PARTE SECONDA.**

Scegliete due quesiti, indicate i loro numeri nella tabella della prima pagina del foglio d'esame e risolvete li.

1. Nella figura è dato il triangolo  $ABC$ .

1.1. Calcolate il perimetro e l'area del triangolo  $ABC$ .

(7 punti)

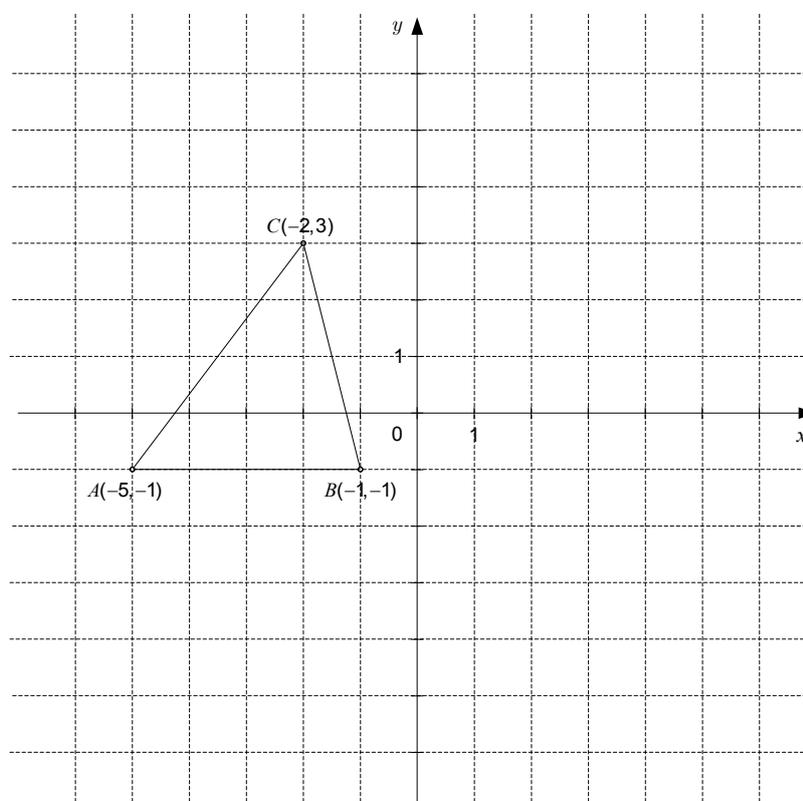
1.2. Scrivete l'equazione della retta passante per i punti  $B$  e  $C$ .

(4 punti)

1.3. L'equazione della retta passante per i punti  $A$  e  $C$  è:  $y = \frac{4}{3}x + \frac{17}{3}$ .

Calcolate l'ampiezza dell'angolo al vertice  $A$  del triangolo  $ABC$ .

(4 punti)





2. È data la funzione razionale  $f(x) = \frac{4x-4}{x^2}$ .

2.1. Determinate lo zero e il polo della funzione  $f$ , e scrivete l'equazione del suo asintoto orizzontale.

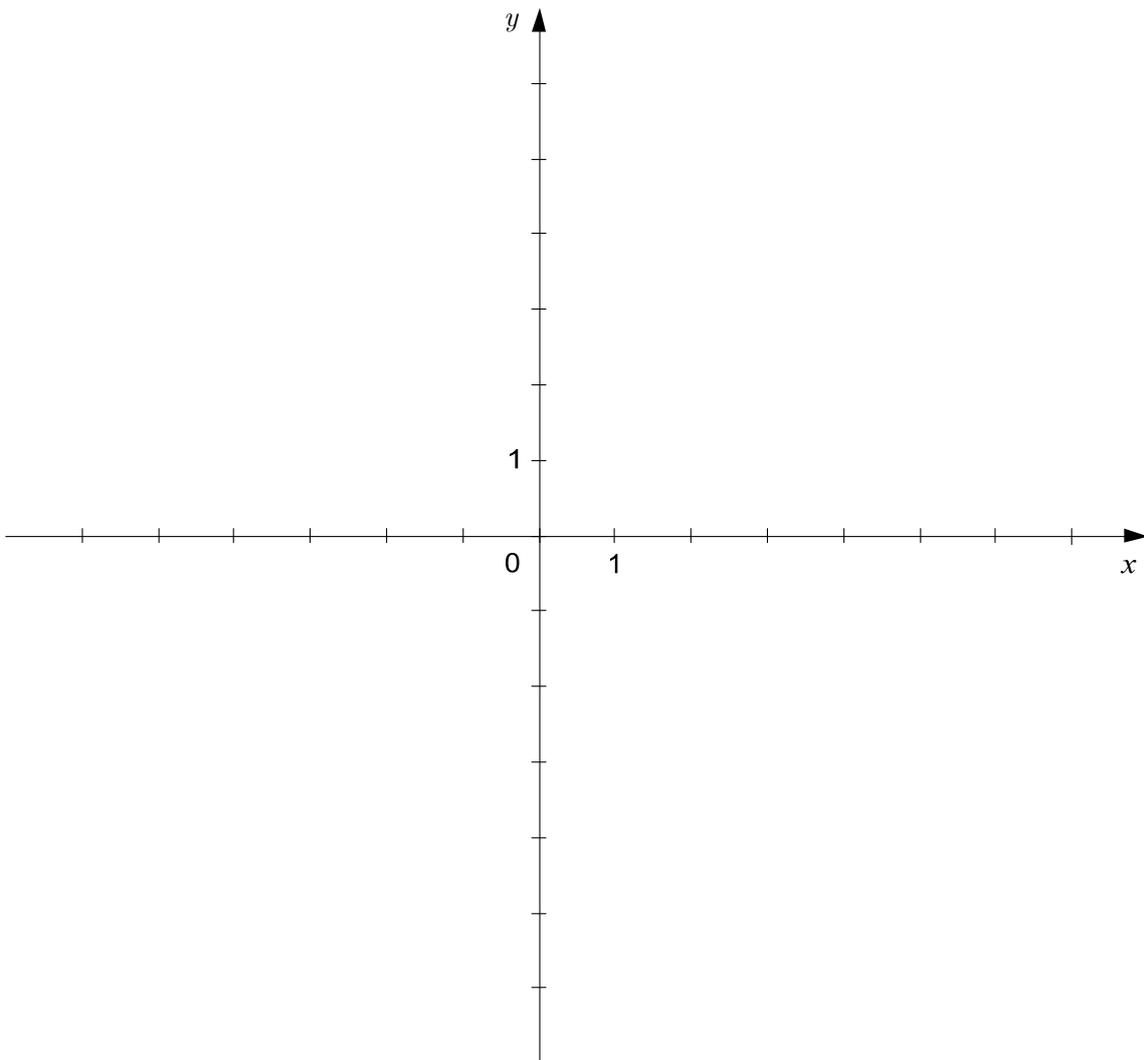
(3 punti)

2.2. Determinate le coordinate del punto d'estremo della funzione  $f$ .

(8 punti)

2.3. Disegnate il grafico della funzione  $f$  nel piano cartesiano (sistema di coordinate).

(4 punti)





3. Durante la sua ginnastica mattutina, Janez esegue delle flessioni. Il ragazzo ha deciso di fare ogni giorno due flessioni in più rispetto a quelle eseguite il giorno precedente. Il primo giorno ne ha fatte 6, aumentando poi il numero di flessioni fino a raggiungere la cifra di 60. Giunto a tale numero, il ragazzo ha poi continuato a fare 60 flessioni al giorno.
- 3.1. Calcolate in quale giorno Janez ha fatto per la prima volta 60 flessioni. *(5 punti)*
- 3.2. Calcolate quante flessioni ha fatto Janez complessivamente nei primi 40 giorni. *(5 punti)*
- 3.3. Janez impiega 2 secondi per eseguire una flessione. Un minuto e mezzo è stato sufficiente per tutte le flessioni che ha fatto nel 20<sup>o</sup> giorno? Giustificate la risposta con il calcolo. *(5 punti)*



**Pagina vuota**