



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



P 1 6 1 C 1 0 1 1 1 I

SESSIONE PRIMAVERILE

# MATEMATICA

Prova d'esame

**Sabato, 4 giugno 2016 / 120 minuti**

*Materiali e sussidi consentiti:*

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".*

*Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

*L'allegato con le formule è su di un foglio perforato che il candidato strappa facendo attenzione.*

**MATURITÀ PROFESSIONALE**

## INDICAZIONI PER I CANDIDATI

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglierne due e risolverli. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 3 e 4.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 20 pagine, di cui 1 vuota.*





## FORMULE

### 1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:**  $d(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:**  $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:**  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:**  $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:**  $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

### 2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con $A$ )

- **Triangolo:**  $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta ( $r$ ) e di quella circoscritta ( $R$ ) a un triangolo:**  
 $R = \frac{abc}{4A}$ ,  $r = \frac{A}{s}$ ,  $\left( s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:**  $A = \frac{e \cdot f}{2}$
- **Parallelogramma:**  $A = ab \sin \alpha$
- **Rombo:**  $A = a^2 \sin \alpha$
- **Trapezio:**  $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:**  
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

### 3. Aree e volumi dei solidi ( $B$ indica l'area di base)

- **Prisma:**  $A_t = 2B + A_l$ ,  $V = B \cdot h$
- **Piramide:**  $A_t = B + A_l$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Cilindro:**  $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ ,  $V = \pi r^2 h$
- **Cono:**  $A_t = \pi r^2 + \pi r l$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
- **Sfera:**  $A_t = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

### 5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = \frac{-b}{2a}$ ,  $q = \frac{-D}{4a}$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Zeri:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$



## 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

## 7. Successioni

- **Progressione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:**  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:**  $M = C + I$ ,  $I = \frac{Cn \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:**  $M = C(1+i)^n$ ,  $i = \frac{p}{100}$

## 8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$   
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

## 9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
  - $f(x) = x^n$ ,  $f'(x) = nx^{n-1}$
  - $f(x) = \sin x$ ,  $f'(x) = \cos x$
  - $f(x) = \cos x$ ,  $f'(x) = -\sin x$
  - $f(x) = \tan x$ ,  $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
  - $f(x) = \ln x$ ,  $f'(x) = \frac{1}{x}$
  - $f(x) = e^x$ ,  $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
  - $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
  - $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
  - $(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$
  - $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
  - $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

## 10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):**  $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):**  $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:**  $D_{n,r}' = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):**  $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale  $E$ :**  $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$



P 1 6 1 C 1 0 1 1 1 0 5

**PARTE PRIMA**

**Risolvete tutti i quesiti.**

1. Tracciate la retta data con l'equazione  $y = 2x - 3$  e scrivete l'intersezione della retta con l'asse  $y$ .

*(4 punti)*



2. Il prezzo di un filone di pane di segale è il 71,41 % del prezzo di un filone di pane di granoturco. Il pane di segale è di 1 EUR meno caro del pane di granoturco. Calcolate il prezzo di un filone di pane di granoturco.

*(4 punti)*



P 1 6 1 C 1 0 1 1 1 0 7

7/20

3. In un sacchetto ci sono 2 palline bianche e 13 azzurre. Estraiamo due palline contemporaneamente.
- Calcolate in quanti modi possiamo estrarre due palline dal sacchetto.
  - Calcolate la probabilità che ambedue le palline estratte siano bianche.

*(4 punti)*



P 1 6 1 C 1 0 1 1 1 0 8

4. Scrivete la ragione e il termine generale della successione composta dai numeri naturali pari iniziando da 2 compreso in poi. Calcolate la somma dei primi 30 numeri naturali pari.

*(4 punti)*

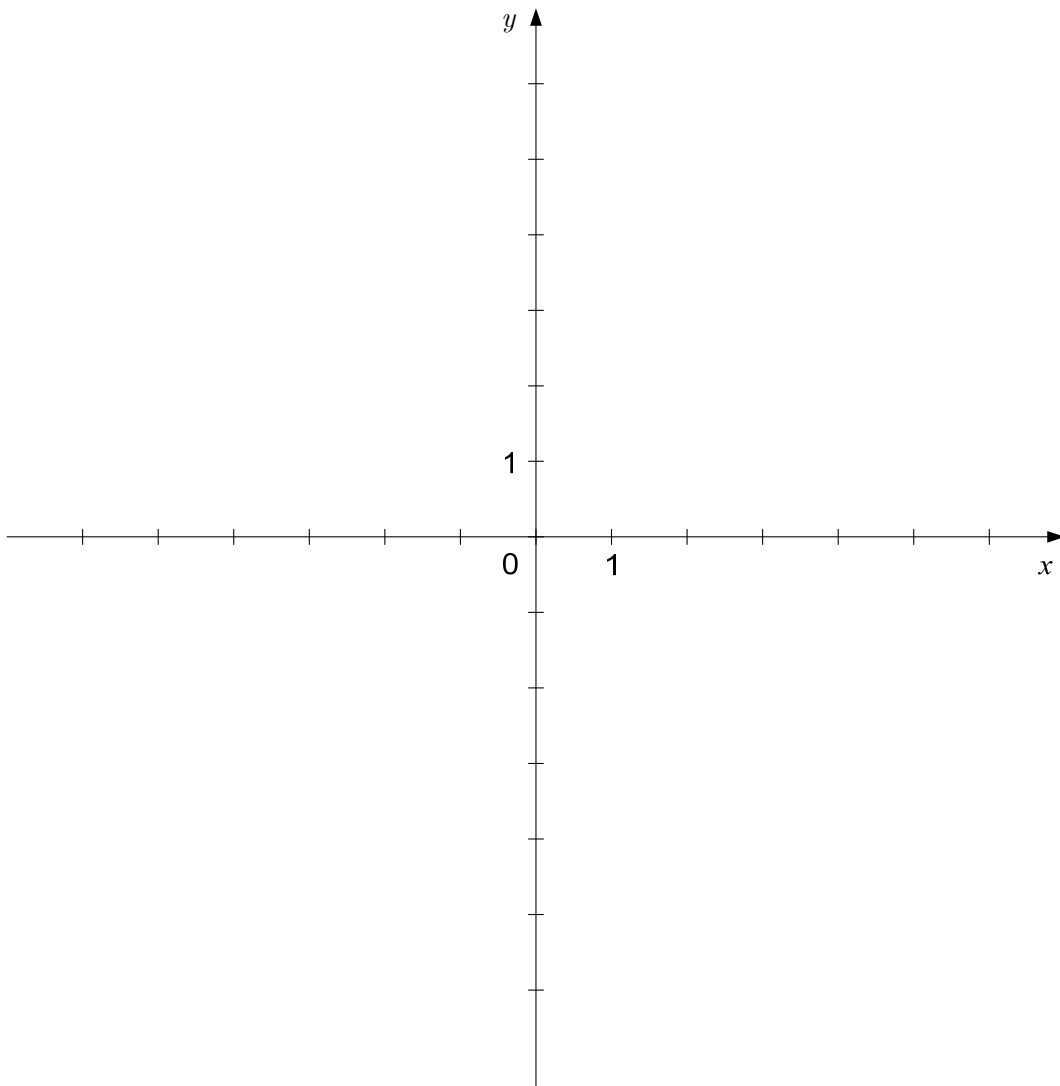




5. Completate la tabella e tracciate nel sistema di coordinate dato il grafico della funzione  $f(x) = \log_4 x$ .

(4 punti)

$x$	$\frac{1}{4}$	1	4
$f(x) = \log_4 x$			





6. Tre pecore e quattro mucche pesano 2410 kg, due pecore e tre mucche invece 1790 kg. Sia  $x$  la massa di una pecora e  $y$  la massa di una mucca. Tra i due sistemi di equazioni proposti, cerciate quello che corrisponde all'esempio descritto e poi risolvetele.

A  $3x + 2y = 1790$  ,  $4x + 3y = 2410$

B  $2x + 3y = 1790$  ,  $3x + 4y = 2410$

(5 punti)



P 1 6 1 C 1 0 1 1 1 1 1

11/20

7. Semplificate l'espressione:  $(2x - 1)^2 - 2(x - 4) + (x - 3)(x + 3)$ .

(5 punti)



8. L'inclinazione di un pendio è di  $60^\circ$ . In cima al pendio, a 2500 m sul livello del mare, si è staccato un masso che si è fermato dopo essere rotolato lungo il pendio per 50 m. Calcolate a quale altezza sul livello del mare si è fermato il masso.

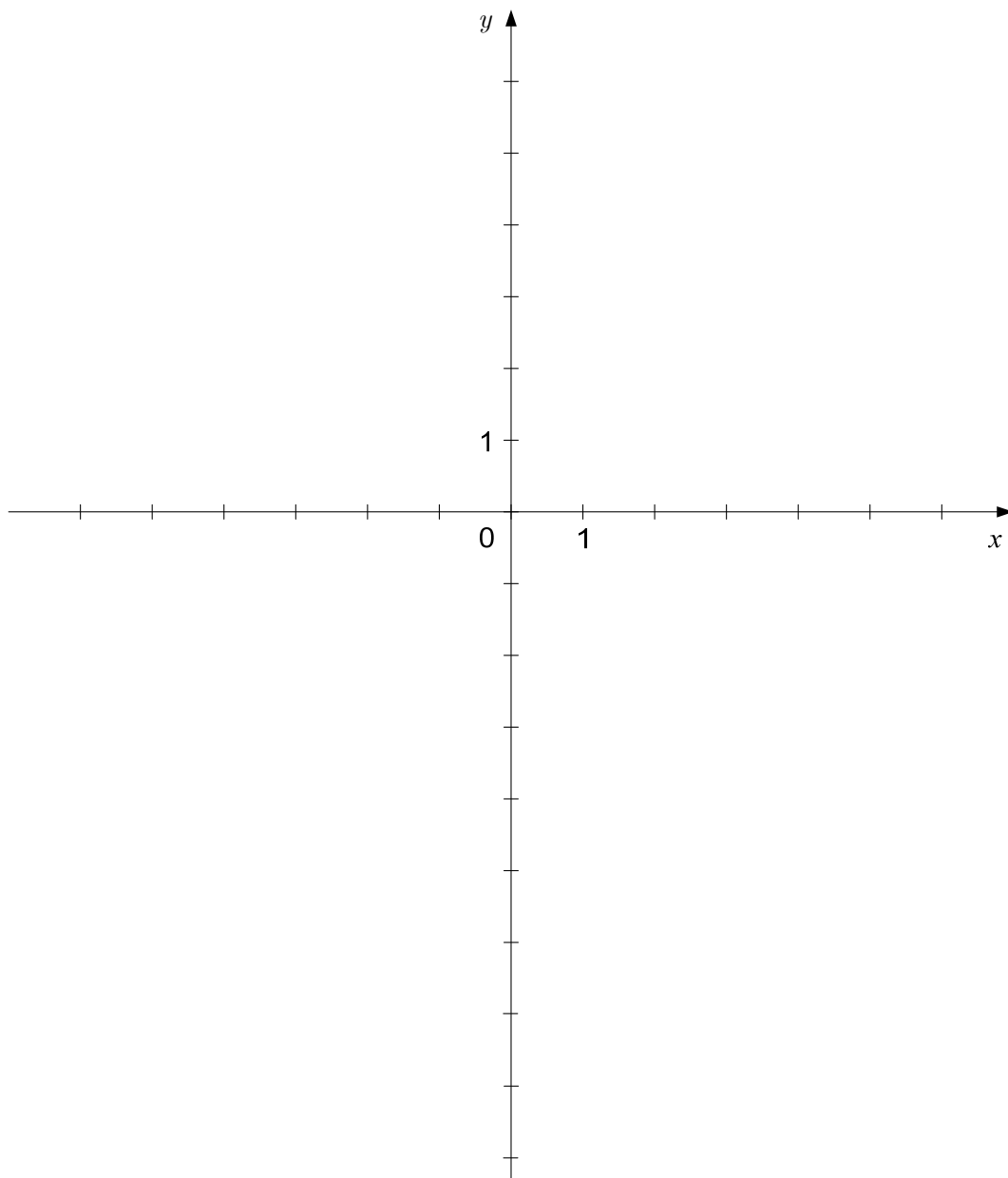
*(5 punti)*



P 1 6 1 C 1 0 1 1 1 1 3

9. Nel sistema di coordinate dato tracciate lo schizzo del grafico del polinomio  $p(x) = (x + 1)(x - 4)(x + 2)$ .

(5 punti)

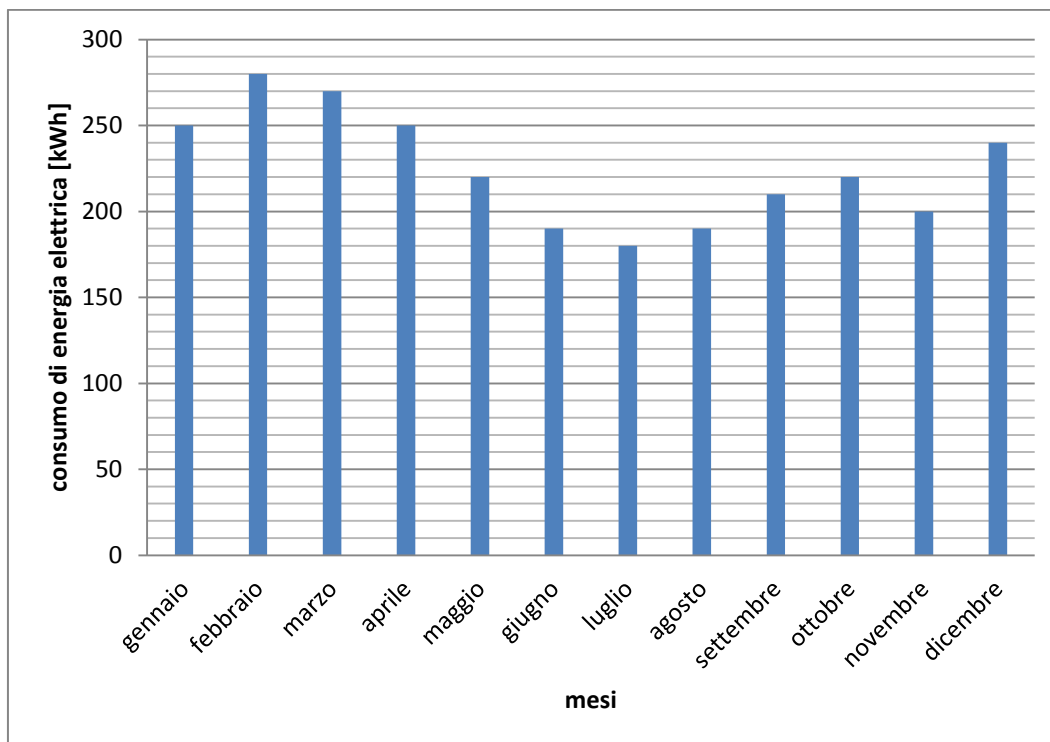




## PARTE SECONDA

Scegliete due problemi, indicate nella pagina iniziale della prova d'esame i loro numeri successivi e risolvete li.

1. L'istogramma sottostante rappresenta il consumo mensile di energia elettrica di un nucleo familiare in un anno.



- 1.1. Calcolate la media aritmetica del consumo mensile di energia elettrica per i dodici mesi rappresentati nell'istogramma.

(4 punti)

- 1.2. Scrivete nella tabella sottostante il consumo di energia elettrica in ciascuna stagione.

Stagione	Consumo di energia elettrica [kWh]
Inverno (dicembre, gennaio, febbraio)	
Primavera (marzo, aprile, maggio)	
Estate (giugno, luglio, agosto)	
Autunno (settembre, ottobre, novembre)	

(4 punti)

- 1.3. Rappresentate con un diagramma a torta (aerogramma) il consumo di energia elettrica nelle quattro stagioni.

(7 punti)



P 1 6 1 C 1 0 1 1 1 1 5



2. Formiamo dei rettangoli diversi di perimetro 12 cm.

2.1. Scrivete tre esempi diversi di rettangoli di perimetro 12 cm. Completate la tabella.

Rettangolo	Lunghezza del lato $x$ [cm]	Lunghezza del lato $y$ [cm]	Perimetro [cm]	Area [cm <sup>2</sup> ]
1.			12	
2.			12	
3.			12	

(6 punti)

2.2. Tracciate il grafico della funzione  $f(x) = -x^2 + 6x$ .

(Se  $x$  è il lato del rettangolo di perimetro 12 cm, allora l'area di un tale rettangolo è data dalla funzione  $f(x) = -x^2 + 6x$ .)

(6 punti)

2.3. Per quale valore della variabile  $x$  la funzione  $f$  raggiunge il valore massimo?

(3 punti)





P 1 6 1 C 1 0 1 1 1 1 7



3. È dato il triangolo  $ABC$  di dati:  $a = 5$  cm,  $b = 7$  cm e  $\gamma = 45^\circ$ .
- 3.1. Costruite con il righello e il compasso il triangolo  $ABC$ . (5 punti)
- 3.2. Calcolate la lunghezza del lato  $c$ . (3 punti)
- 3.3. Il triangolo  $ABC$  è la base di un prisma retto di altezza  $h = 10$  cm.  
Calcolate il volume e l'area della superficie totale del prisma. (7 punti)



P 1 6 1 C 1 0 1 1 1 1 9



**Pagina vuota**