



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 1 7 1 C 1 0 1 1 1 I

SESSIONE PRIMAVERILE

MATEMATICA

Prova d'esame

Sabato, 3 giugno 2017 / 120 minuti

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

L'allegato con le formule è su di un foglio perforato che il candidato strappa facendo attenzione.

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 11 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglierne due e risolverli. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 50 nella prima parte e 20 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 3 e 4.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 24 pagine, di cui 3 vuote.



FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{ch_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{ef}{2}$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$
- **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:**
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $A_t = 2B + A_l$, $V = Bh$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} Bh$
- **Cilindro:** $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Sfera:** $A_t = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cono:** $A_t = \pi r^2 + \pi r l$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:** $V(p,q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$



6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 q^{n-1}$, $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:** $M = C + I$, $I = \frac{Cnp}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{p}{100}$

8. Elaborazione dati (statistica)

- **Media aritmetica:** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
 - $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$
 - $f(x) = \text{sen } x$, $f'(x) = \text{cos } x$
 - $f(x) = \text{cos } x$, $f'(x) = -\text{sen } x$
 - $f(x) = \text{tan } x$, $f'(x) = \frac{1}{\text{cos}^2 x}$
 - $f(x) = \ln x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$
 - $f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
 - $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
 - $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
 - $(kf(x))' = kf'(x)$
 - $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
 - $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):** $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):** $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:** $D'_{n,r} = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):** $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale E :** $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$



P 1 7 1 C 1 0 1 1 1 1 0 5

PARTE PRIMA

Risolvete tutti i quesiti.

1. Per $a = 4$ e $b = 3$, usando la calcolatrice, calcolate il valore delle espressioni seguenti:

$$\sqrt[3]{a}$$

$$a^3 b^{-2}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$$

$$\log_2 a$$

(4 punti)



2. È dato il triangolo isoscele ABC con la lunghezza della base $c = 8$ cm e l'ampiezza dell'angolo $\alpha = 30^\circ$. Disegnate lo schizzo e costruite il triangolo ABC . Costruite l'angolo α con il compasso e il righello.

(4 punti)



P 1 7 1 C 1 0 1 1 1 0 7

7/24

3. Scrivete la dipendenza per la funzione quadratica f che raggiunge il suo valore massimo in 4 per $x = 1$ e per la quale vale che $f(2) = 3$.

(4 punti)



4. Risolvete l'equazione $5^{x-1} \cdot 4 = 100$.

(4 punti)



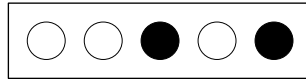
P 1 7 1 C 1 0 1 1 1 1 0 9

5. È dato il termine generale della successione $a_n = \text{sen} \frac{n\pi}{6}$, $n \in \mathbb{N}$. Calcolate con esattezza i primi tre termini della successione.

(4 punti)



6. Mojca, campionessa di biathlon, ha colpito 3 bersagli su 5 (vedi figura, il bersaglio colpito è di colore bianco). Calcolate la probabilità della serie di bersagli rappresentati dalla figura, se tutte le serie con lo stesso numero di bersagli centrati sono ugualmente probabili.

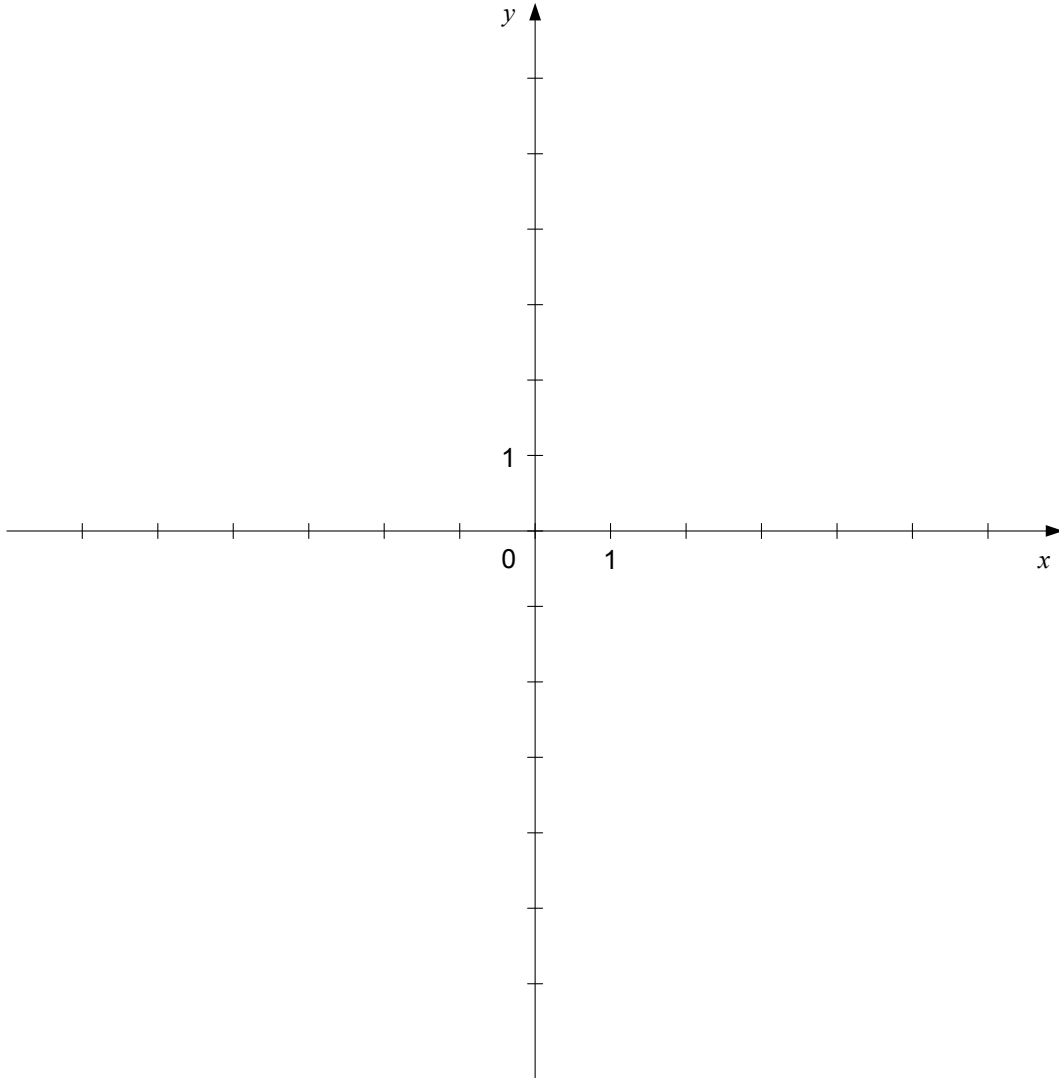


(4 punti)



7. Scrivete l'equazione della retta passante per il punto $T(2,3)$ e avente il coefficiente angolare $k = -1$. Tracciate la retta nel sistema di coordinate dato.

(4 punti)





8. Matej in quattro giorni ha letto un libro con 120 pagine di testo. Il primo giorno ha letto il 20 % dell'intero testo, il giorno successivo $\frac{1}{4}$ dell'intero testo, e gli ultimi due giorni un numero uguale di pagine di testo. Quante pagine di testo ha letto Matej l'ultimo giorno?

(5 punti)



P 1 7 1 C 1 0 1 1 1 1 3

13/24

9. Risolvete il sistema di equazioni: $2x + 5y = 7$ e $3x + 7y = 11$.

(5 punti)



10. In un'impresa un impiegato ha un reddito di 750 EURO, due impiegati hanno un reddito di 820 EURO ciascuno, otto impiegati hanno un reddito di 1050 EURO ciascuno, un impiegato ha un reddito di 1820 EURO e un impiegato ha un reddito di 4200 EURO. Calcolate la mediana, la moda e la media aritmetica dei redditi degli impiegati dell'impresa.

(6 punti)



P 1 7 1 C 1 0 1 1 1 1 5

11. È dato il triangolo rettangolo ABC con l'angolo retto al vertice C . L'ampiezza dell'angolo al vertice A è di 73° , la lunghezza dell'ipotenusa c è invece di 6 cm. Disegnate lo schizzo e calcolate le lunghezze dei cateti e l'ampiezza dell'angolo al vertice B .

(6 punti)

**PARTE SECONDA**

Scegliete due problemi, indicate nella pagina iniziale della prova d'esame i loro numeri successivi e risolvetele.

1. È data la funzione razionale $f(x) = \frac{3x+1}{-2x+4}$.

1.1. Calcolate i valori mancanti nella tabella.

x	$\frac{1}{4}$	
$f(x)$		2

1.2. Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico della funzione f nel punto $T\left(0, \frac{1}{4}\right)$.

(5 punti)

(5 punti)



P 1 7 1 C 1 0 1 1 1 1 7



2. Una lattina ha la forma di un cilindro di volume $160\pi \text{ cm}^3$ e di altezza 10 cm.
- 2.1. Disegnate lo schizzo dello sviluppo nel piano del cilindro, che è composto da due cerchi e da un rettangolo. Calcolate il raggio dei cerchi e le lunghezze dei lati del rettangolo. *(7 punti)*
- 2.2. Abbiamo versato dell'acqua nella lattina vuota, riempiendola fino ai $\frac{3}{4}$ della sua altezza. Calcolate quanti decilitri d'acqua abbiamo versato nella lattina. *(3 punti)*



P 1 7 1 C 1 0 1 1 1 1 9



3. Nella classe prima A di una scuola ci sono 12 maschi e 16 femmine.
- 3.1. Il numero delle femmine nella classe prima A è doppio rispetto al numero delle femmine nella classe seconda A. Il rapporto tra il numero di femmine e il numero di maschi nella seconda A è di 2 : 5. Quanti maschi e quante femmine frequentano la classe seconda A?
(5 punti)
- 3.2. L'insegnante di matematica nella classe prima A ha scelto di interrogare 3 alunni a caso. Qual è la probabilità che abbia scelto due maschi e una femmina?
(5 punti)



P 1 7 1 C 1 0 1 1 1 2 1



Pagina vuota



P 1 7 1 C 1 0 1 1 1 2 3

Pagina vuota



P 1 7 1 C 1 0 1 1 1 2 4

Pagina vuota