



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



P 1 7 2 C 1 0 1 1 1 I

SESSIONE AUTUNNALE

# MATEMATICA

Prova d'esame

**Venerdì, 25 agosto 2017 / 120 minuti**

*Materiali e sussidi consentiti:*

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".*

*Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

*L'allegato con le formule è su di un foglio perforato che il candidato strappa facendo attenzione.*

**MATURITÀ PROFESSIONALE**

## INDICAZIONI PER I CANDIDATI

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 11 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglierne due e risolverli. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 50 nella prima parte e 20 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 3 e 4.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 24 pagine, di cui 3 vuote.*





## FORMULE

### 1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:**  $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:**  $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:**  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:**  $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:**  $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

### 2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con $A$ )

- **Triangolo:**  $A = \frac{ch_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta ( $r$ ) e di quella circoscritta ( $R$ ) a un triangolo:**  
 $R = \frac{abc}{4A}$ ,  $r = \frac{A}{s}$ ,  $\left( s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:**  $A = \frac{ef}{2}$
- **Parallelogramma:**  $A = ab \sin \alpha$
- **Rombo:**  $A = a^2 \sin \alpha$
- **Trapezio:**  $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:**  
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

### 3. Aree e volumi dei solidi ( $B$ indica l'area di base)

- **Prisma:**  $A_l = 2B + A_1$ ,  $V = Bh$
- **Cilindro:**  $A_l = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ ,  $V = \pi r^2 h$
- **Piramide:**  $A_l = B + A_1$ ,  $V = \frac{1}{3} Bh$
- **Cono:**  $A_l = \pi r^2 + \pi r l$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
- **Sfera:**  $A_l = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

### 5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = \frac{-b}{2a}$ ,  $q = \frac{-D}{4a}$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Zeri:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$



### 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

### 7. Successioni

- **Progressione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:**  $a_n = a_1 q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:**  $M = C + I$ ,  $I = \frac{Cnp}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:**  $M = C(1+i)^n$ ,  $i = \frac{P}{100}$

### 8. Elaborazione dati (statistica)

- **Media aritmetica:**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$   
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

### 9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
  - $f(x) = x^n$ ,  $f'(x) = nx^{n-1}$
  - $f(x) = \sin x$ ,  $f'(x) = \cos x$
  - $f(x) = \cos x$ ,  $f'(x) = -\sin x$
  - $f(x) = \tan x$ ,  $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
  - $f(x) = \ln x$ ,  $f'(x) = \frac{1}{x}$
  - $f(x) = e^x$ ,  $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
  - $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
  - $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
  - $(kf(x))' = kf'(x)$
  - $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
  - $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

### 10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):**  $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):**  $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:**  $D'_{n,r} = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):**  $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale  $E$ :**  $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$



P 1 7 2 C 1 0 1 1 1 1 0 5

**PARTE PRIMA**

Risolvete tutti i quesiti.

1. Calcolate con esattezza senza usare la calcolatrice tascabile:  $\sqrt{\frac{3}{4} \cdot 3^{-1} + \frac{5}{9}}$ .

(4 punti)



P 1 7 2 C 1 0 1 1 1 0 6

2. In un sondaggio è stato chiesto ai partecipanti di indicare con quale frequenza acquistino il giornale *Tedenske novice*. Alla domanda il 20 % degli intervistati ha risposto »raramente«, il 5 % ha risposto »ogni settimana«, 630 invece hanno risposto »mai«. Quante persone hanno partecipato al sondaggio?

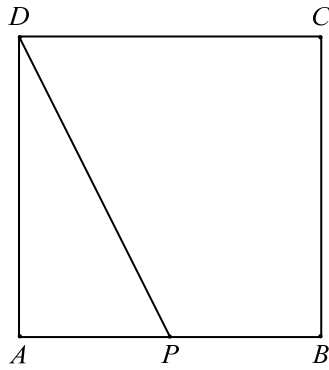
*(4 punti)*



P 1 7 2 C 1 0 1 1 1 0 7

3. Nel quadrato  $ABCD$  della figura il punto  $P$  dimezza il lato  $AB$ . La lunghezza del segmento  $DP$  è  $4\sqrt{5}$  cm. Calcolate, con l'esattezza alla prima cifra decimale, la lunghezza  $|AD| + |DP| + |PB| + |BC|$ .

(4 punti)





4. È dato il triangolo rettangolo  $ABC$  di area  $S = 120 \text{ cm}^2$  e in cui la lunghezza del cateto  $a = 10 \text{ cm}$ . Calcolate la lunghezza dell'altro cateto e l'ampiezza dell'angolo  $\alpha$  nel vertice  $A$ .

(4 punti)





P 1 7 2 C 1 0 1 1 1 1 0 9

5. Sono dati i polinomi  $p(x) = -x^3 + 2x^2 - 5$  e  $q(x) = x + 2$ . Dividete il polinomio  $p$  per il polinomio  $q$ , scrivete il quoziente  $k$  e il resto  $o$ . Argomentate se il polinomio  $p$  è divisibile per il polinomio  $q$ .  
(4 punti)



6. È data la funzione  $f(x) = x^3 - 5x^2$ . Calcolate la derivata della funzione  $f$  e  $f'(-2)$ .

(4 punti)



P 1 7 2 C 1 0 1 1 1 1 1

7. Nella progressione aritmetica il cui primo termine è 5, il quindicesimo termine è uguale a 33. Calcolate la ragione e il quarantacinquesimo termine di tale progressione.

(4 punti)



8. Calcolate gli zeri delle funzioni:

$$f(x) = 2x - 1$$

$$g(x) = x^3 - 9x$$

$$h(x) = \log_2 x$$

(5 punti)



P 1 7 2 C 1 0 1 1 1 1 1 3

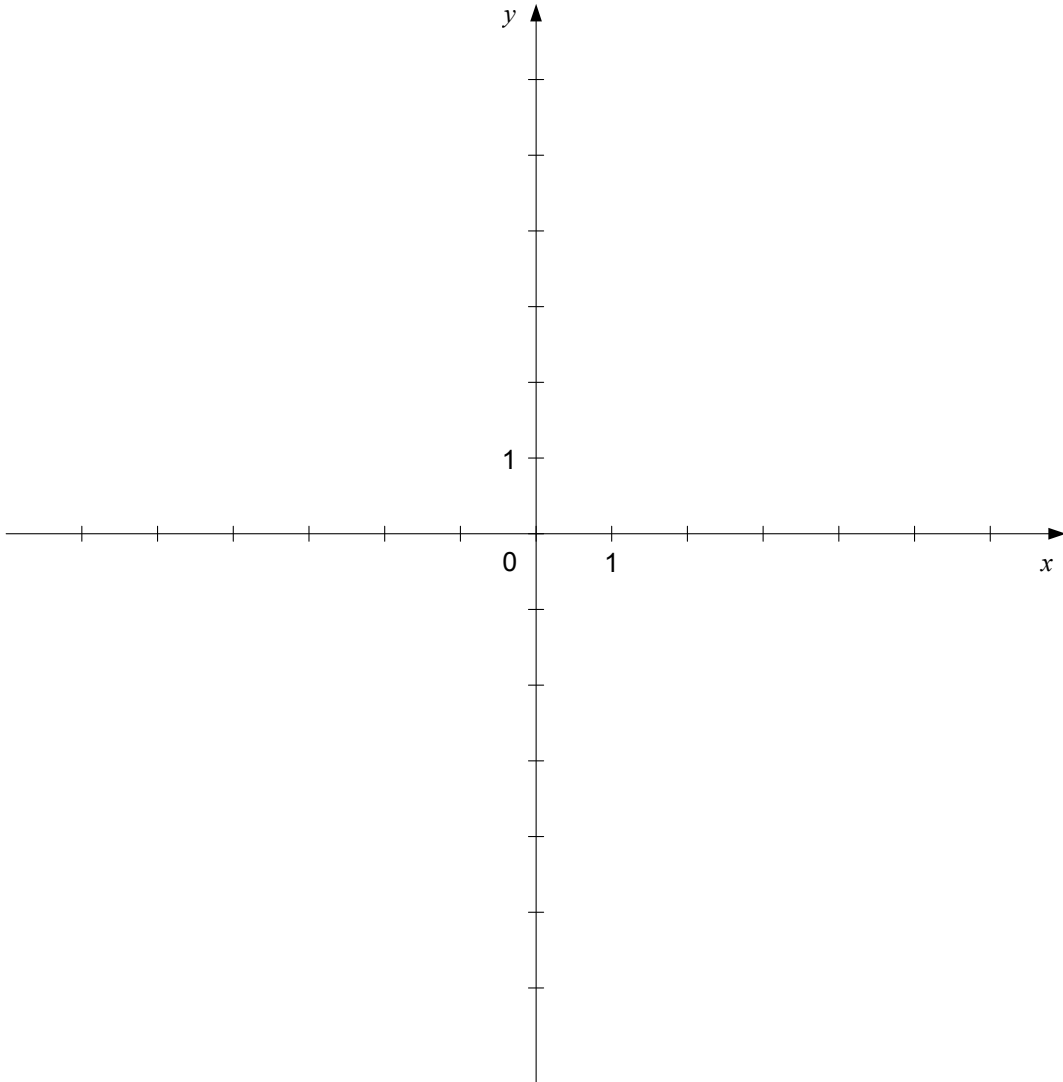
9. Calcolate il numero di tutte le permutazioni delle lettere della parola PREIZKUS. Nella parola PREIZKUS cancelliamo alla cieca una lettera. Calcolate la probabilità che tale lettera sia K.

*(5 punti)*



10. Calcolate le coordinate dell'intersezione delle due rette date  $y = -7x + 4$  e  $y = 5x - 8$ .  
Tracciate le rette nel sistema di coordinate dato.

(6 punti)





P 1 7 2 C 1 0 1 1 1 1 5

11. Accorciate (semplificate) l'espressione e scomponete il risultato:

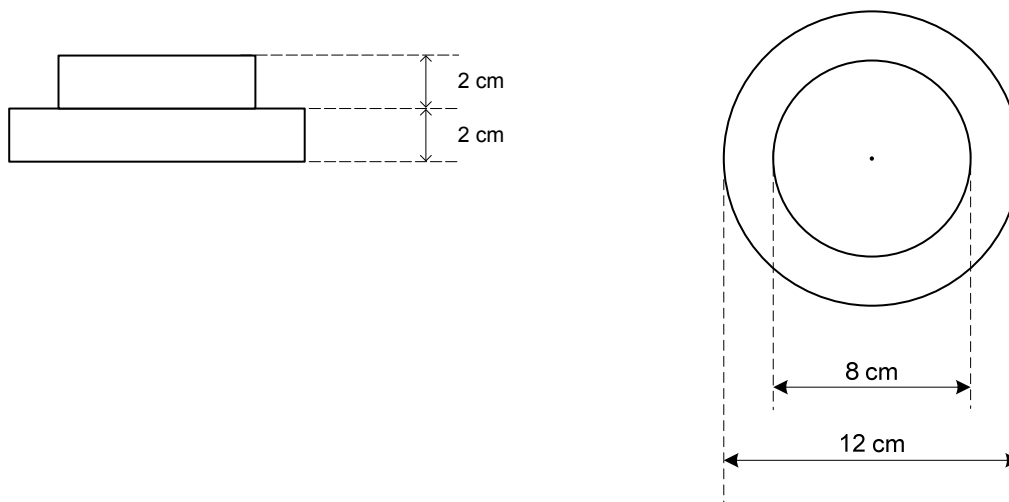
$$(x-3)^2 + 2(x-2)(x+2) - 5x(x-3) - 1.$$

(6 punti)

**PARTE SECONDA**

Scegliete due problemi, indicate nella pagina iniziale della prova d'esame i loro numeri successivi e risolvete li.

1. Poniamo uno sull'altro due cilindri di legno. Nella figura di sinistra è la vista laterale, in quella a destra la vista dall'alto.



- 1.1. Calcolate il volume del cilindro superiore e il volume del cilindro inferiore.

(6 punti)

- 1.2. Calcolate quale quota della base del cilindro inferiore è coperta dal cilindro superiore (vedi la figura di destra).

(4 punti)





P 1 7 2 C 1 0 1 1 1 1 7



2. È data la funzione  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x - 3}$ .

2.1. Per la funzione  $f$ :

calcolate gli zeri: \_\_\_\_\_;

calcolate i poli: \_\_\_\_\_;

scrivete l'intersezione con l'asse delle ordinate: \_\_\_\_\_;

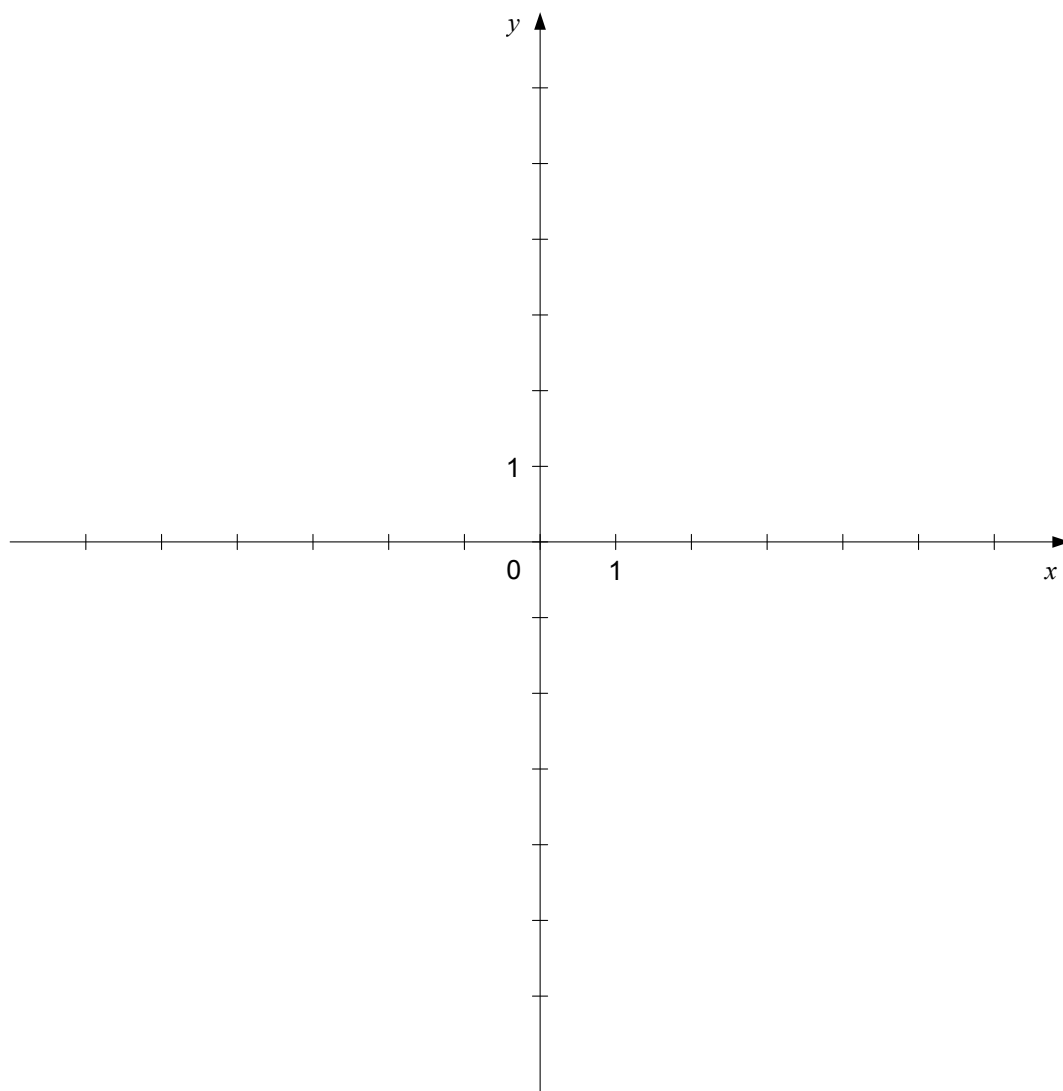
scrivete l'equazione dell'asintoto orizzontale: \_\_\_\_\_;

scrivete l'insieme di definizione: \_\_\_\_\_.

(7 punti)

2.2. Tracciate il grafico della funzione  $f$  nel sistema di coordinate dato.

(3 punti)





P 1 7 2 C 1 0 1 1 1 1 9



3. Maja ha raccolto dei dati su quanto tempo, nei fine settimana, alcuni suoi compagni di classe trascorrono davanti alla televisione:

	Venerdi	Sabato	Domenica
Maja	1,5 h	3 h	2,5 h
Eva	30 min	60 min	150 min
Jan	180 min	150 min	120 min
Ana	0 h	2,5 h	1,5 h

- 3.1. Rappresentate i dati di Eva con un istogramma e calcolate con essi la media aritmetica del tempo trascorso guardando la televisione.

*(5 punti)*

- 3.2. Calcolate la media aritmetica e la mediana del tempo trascorso a guardare la televisione di domenica.

*(5 punti)*



P 1 7 2 C 1 0 1 1 1 2 1



**Pagina vuota**



P 1 7 2 C 1 0 1 1 1 1 2 3

# Pagina vuota



**Pagina vuota**