



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



P 1 9 1 C 1 0 1 1 1 I

SESSIONE PRIMAVERILE

# MATEMATICA

Prova d'esame

**Sabato, 8 giugno 2019 / 120 minuti**

*Materiali e sussidi consentiti:*

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice e degli strumenti per la geometria.*

*Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

*L'allegato con le formule è su di un foglio perforato che il candidato strappa facendo attenzione.*

**MATURITÀ PROFESSIONALE**

## INDICAZIONI PER I CANDIDATI

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 11 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglierne due e risolverli. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 50 nella prima parte e 20 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 3 e 4.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 24 pagine, di cui 3 vuote.*





## FORMULE

### 1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:**  $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:**  $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare della retta:**  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:**  $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:**  $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

### 2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con $A$ )

- **Triangolo:**  $A = \frac{ch_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta ( $r$ ) e di quella circoscritta ( $R$ ) a un triangolo:**  
 $R = \frac{abc}{4A}$ ,  $r = \frac{A}{s}$ ,  $\left( s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:**  $A = \frac{ef}{2}$
- **Rombo:**  $A = a^2 \sin \alpha$
- **Parallelogramma:**  $A = ab \sin \alpha$
- **Trapezio:**  $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:**  
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**  
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

### 3. Aree e volumi dei solidi ( $B$ indica l'area di base)

- **Prisma:**  $A_t = 2B + A_l$ ,  $V = Bh$
- **Cilindro:**  $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ ,  $V = \pi r^2 h$
- **Piramide:**  $A_t = B + A_l$ ,  $V = \frac{1}{3} Bh$
- **Cono:**  $A_t = \pi r^2 + \pi r l$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
- **Sfera:**  $A_t = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

### 5. Equazione quadratica e funzione quadratica

- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Soluzioni:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = \frac{-b}{2a}$ ,  $q = \frac{-D}{4a}$
- $f(x) = a(x-p)^2 + q$
- $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$



### 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

### 7. Successioni

- **Successione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Successione geometrica:**  $a_n = a_1 q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:**  $M = C + I$ ,  $I = \frac{Cnp}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:**  $M = C(1+i)^n$ ,  $i = \frac{p}{100}$

### 8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$   
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

### 9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
  - $f(x) = x^n$ ,  $f'(x) = nx^{n-1}$
  - $f(x) = \sin x$ ,  $f'(x) = \cos x$
  - $f(x) = \cos x$ ,  $f'(x) = -\sin x$
  - $f(x) = \tan x$ ,  $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
  - $f(x) = \ln x$ ,  $f'(x) = \frac{1}{x}$
  - $f(x) = e^x$ ,  $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
  - $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
  - $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
  - $(kf(x))' = kf'(x)$
  - $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
  - $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

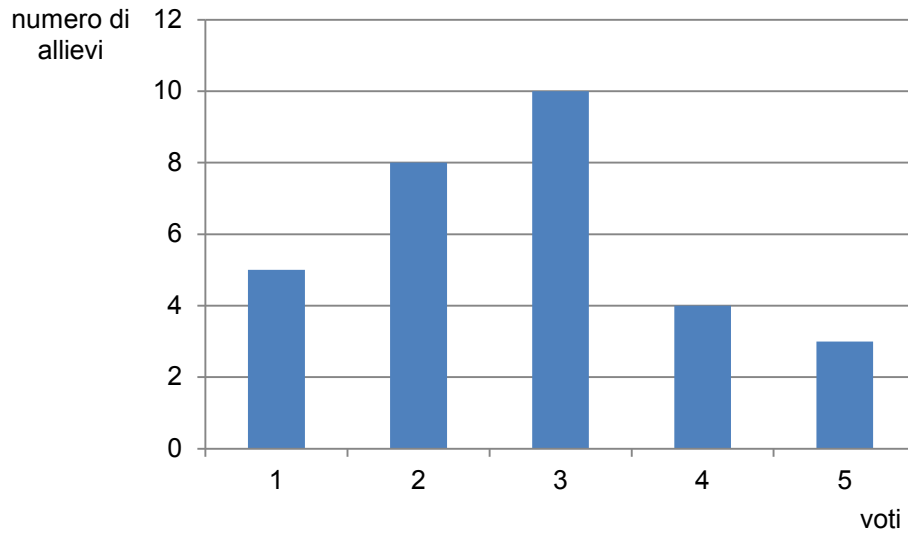
### 10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):**  $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):**  $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:**  $D'_{n,r} = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):**  $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale  $E$ :**  $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$

**PARTE PRIMA**

Risolvete tutti i quesiti.

1. L'istogramma mostra i voti conseguiti da un gruppo di alunni in una valutazione del sapere di lingua slovena. Calcolate la media aritmetica e scrivete la moda dei voti conseguiti.



(4 punti)



2. Eliminate le parentesi e, senza usare la calcolatrice, calcolate con esattezza il valore dell'espressione  $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{50})$ .

(4 punti)



3. La figura mostra il triangolo  $ABC$ .

3.1. Proiettate il vertice  $B$  attraverso il lato  $AC$ , indicate l'immagine simmetrica del punto con  $B'$ .

(1)

3.2. Proiettate il vertice  $C$  attraverso il vertice  $B$ , indicate l'immagine simmetrica del punto con  $C'$ .

(1)

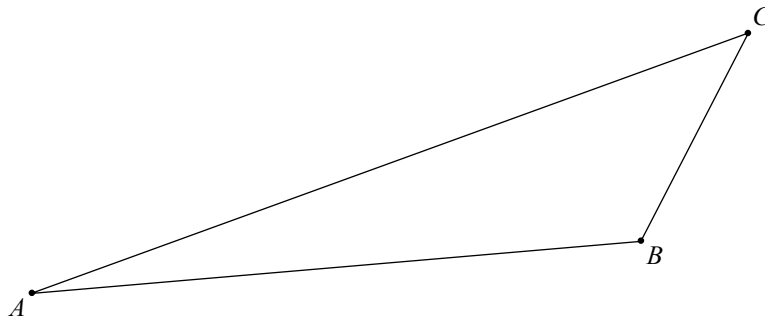
3.3. Costruite l'asse del lato  $AB$ .

(1)

3.4. Costruite la bisettrice dell'angolo  $\sphericalangle BAC$ .

(1)

(4 punti)





4. Un gruppo musicale eseguirà in un concerto 11 composizioni differenti, ognuna una volta sola.
- 4.1. Calcolate in quanti modi il gruppo può eseguire tutte le 11 composizioni creando programmi in cui l'ordine di esecuzione è differente. (2)
- 4.2. Calcolate quante possono essere i differenti programmi d'esecuzione delle 11 composizioni, se all'inizio di ciascuno di essi sarà presentata sempre la composizione più nuova. (2)
- (4 punti)





P 1 9 1 C 1 0 1 1 1 0 9

5. Indicate se le uguaglianze sottostanti sono esatte.

$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)^{-1} = 3 + 4$                       Sì                      NO

$(x^{-4})^9 = x^5$                                       Sì                      NO

$(x^{-2}y^3)^{-2} = x^4y^{-6}$                       Sì                      NO

$(x^2 + 1)^0 = 1$                                       Sì                      NO

(4 punti)



6. È data la successione con il termine generale  $a_n = \frac{n}{2} - 1$ . Quanti termini della successione sono minori di 375?

(4 punti)



P 1 9 1 C 1 0 1 1 1 1 1

7. Calcolate il valore della derivata della funzione  $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - 4x$  per  $x = 8$ .

(4 punti)



8. Sia  $\alpha$  un angolo acuto e  $\text{sen } \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$ .

8.1. Calcolate con esattezza  $\text{cos } \alpha$ .

(3)

8.2. Calcolate l'ampiezza dell'angolo  $\alpha$ . Scrivete il risultato in gradi e in primi.

(2)

(5 punti)



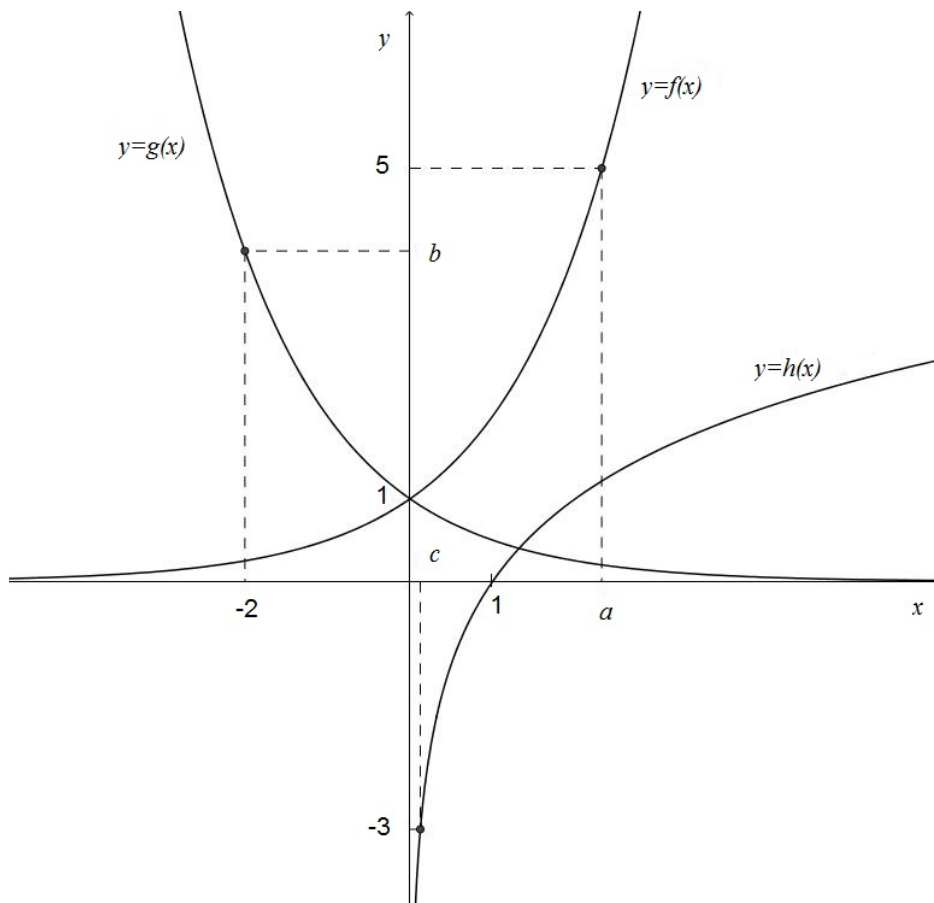
P 1 9 1 C 1 0 1 1 1 1 3

9. L'area di un terreno che ha la forma di un rettangolo è di  $1000 \text{ m}^2$ . Un lato è più lungo dell'altro di  $10 \text{ m}$ . Calcolate la lunghezza del lato più corto.

*(5 punti)*



10. La figura mostra i grafici delle funzioni  $f(x) = 2^x$ ,  $g(x) = 2^{-x}$  e  $h(x) = \log_2 x$ . Calcolate i valori di  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

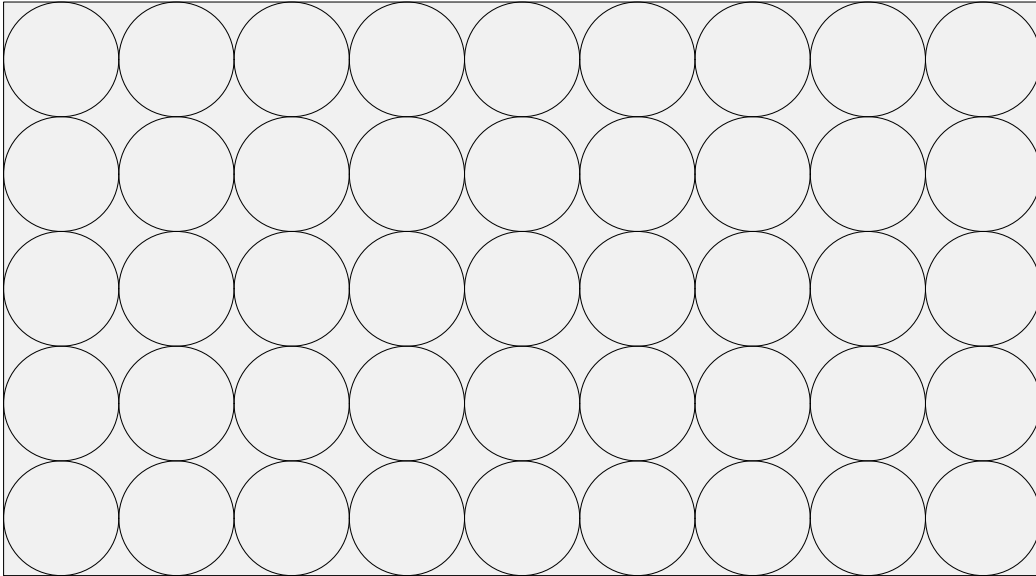


(6 punti)



P 1 9 1 C 1 0 1 1 1 1 5

11. Su un foglio autoadesivo di forma rettangolare, la cui lunghezza misura 90 cm e la cui larghezza misura 50 cm, sono stampati degli adesivi circolari della stessa grandezza, come mostra la figura. Gli adesivi si toccano tra loro. Calcolate la percentuale dell'area del foglio autoadesivo coperta dagli adesivi circolari.



(6 punti)

**PARTE SECONDA**

Scegliete due quesiti, indicate nella pagina iniziale della prova d'esame i loro numeri successivi e risolvete li.

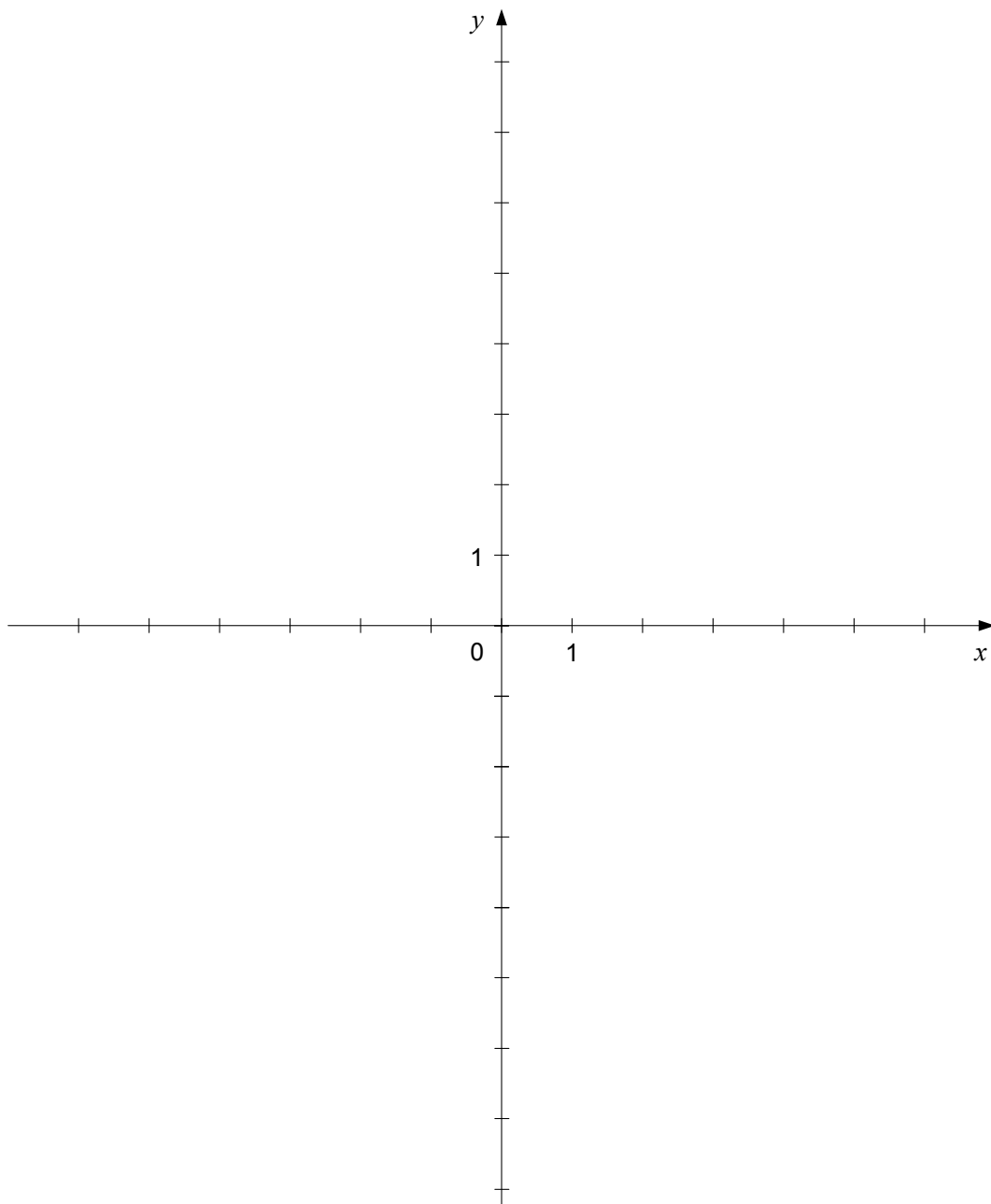
1. Due vertici del quadrato  $ABCD$  nel sottostante sistema di coordinate ortogonali sono dati dai punti  $B(4,1)$  e  $D(-2,7)$ . Il lato  $AB$  è parallelo all'asse delle ascisse.

1.1. Disegnate nel sistema di coordinate il quadrato e calcolate il suo perimetro.

(4 punti)

- 1.2. Determinate l'equazione della retta che passa per i punti  $B$  e  $D$  e scrivete le coordinate dei punti nei quali la retta interseca gli assi delle coordinate.

(6 punti)







P 1 9 1 C 1 0 1 1 1 1 7



2. Componiamo un mosaico con delle tessere di forma quadrata grigie e nere. Nel primo passaggio mettiamo una tessera grigia, nel secondo aggiungiamo tre tessere nere e così via, come è rappresentato nella figura.

2.1. Calcolate quante tessere aggiungiamo al quinto passaggio, quante al ventesimo passaggio e quante all'  $n$ -esimo passaggio.

(6 punti)

2.2. Tutte le tessere che sono nel mosaico dopo il quarto passaggio e prima del quinto passaggio (vedi figura *Il mosaico dopo il quarto passaggio*) vengono messe in una scatola vuota. Estraiamo contemporaneamente a caso dalla scatola tre tessere. Calcolate la probabilità che siano state estratte tre tessere nere.

(4 punti)

Il mosaico dopo il primo passaggio	Il mosaico dopo il secondo passaggio	Il mosaico dopo il terzo passaggio	Il mosaico dopo il quarto passaggio



P 1 9 1 C 1 0 1 1 1 1 9



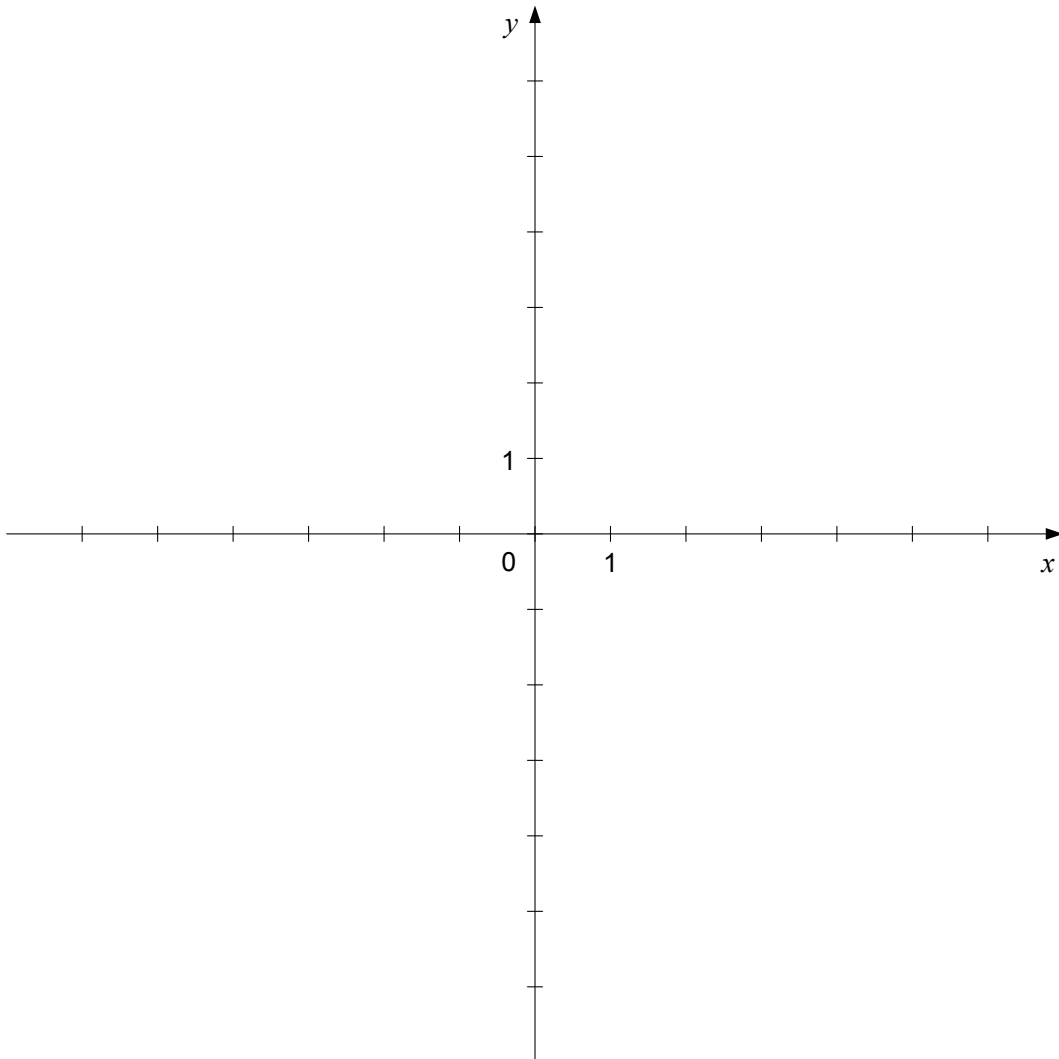
3. È data la funzione razionale  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{9 - x^2}$ .

3.1. Calcolate gli zeri, i poli e il termine noto della funzione  $f$ . Scrivete l'equazione dell'asintoto orizzontale e tracciate il grafico della funzione  $f$ .

(7 punti)

3.2. Il punto  $T\left(6, -\frac{9}{8}\right)$  appartiene al grafico della funzione  $f$ ? Argomentate la risposta con il calcolo.

(3 punti)





P 1 9 1 C 1 0 1 1 1 2 1



**Pagina vuota**



P 1 9 1 C 1 0 1 1 1 2 3

# Pagina vuota



# Pagina vuota