



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



P 2 0 3 C 1 0 1 1 1 1

SESSIONE INVERNALE

# MATEMATICA

Prova d'esame

**Martedì, 2 febbraio 2021 / 120 minuti**

*Materiali e sussidi consentiti:*

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice e degli strumenti per la geometria.*

*Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione. L'allegato con le formule è su di un foglio perforato che il candidato strappa facendo attenzione.*

**MATURITÀ PROFESSIONALE**

## INDICAZIONI PER I CANDIDATI

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 11 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglierne due e risolverli. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 50 nella prima parte e 20 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 3 e 4.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 24 pagine, di cui 3 vuote.*





## FORMULE

### 1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:**  $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:**  $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare della retta:**  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:**  $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:**  $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

### 2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con $A$ )

- **Triangolo:**  $A = \frac{ch_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta ( $r$ ) e di quella circoscritta ( $R$ ) a un triangolo:**  
 $R = \frac{abc}{4A}$ ,  $r = \frac{A}{s}$ ,  $\left( s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:**  $A = \frac{ef}{2}$
- **Parallelogramma:**  $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Rombo:**  $A = a^2 \sin \alpha$
- **Trapezio:**  $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Area di un settore circolare:**  
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema del coseno:**  
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

### 3. Aree e volumi dei solidi ( $B$ indica l'area di base)

- **Prisma:**  $A_t = 2B + A_l$ ,  $V = Bh$
- **Piramide:**  $A_t = B + A_l$ ,  $V = \frac{1}{3} Bh$
- **Sfera:**  $A_t = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:**  $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ ,  $V = \pi r^2 h$
- **Cono:**  $A_t = \pi r^2 + \pi r l$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

### 5. Equazione quadratica e funzione quadratica

- $ax^2 + bx + c = 0$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- $f(x) = a(x-p)^2 + q$
- $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$
- **Soluzioni:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$
- **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = \frac{-b}{2a}$ ,  $q = \frac{-D}{4a}$



### 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

### 7. Successioni

- **Successione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Successione geometrica:**  $a_n = a_1 q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:**  $M = C + I$ ,  $I = \frac{Cnp}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:**  $M = C(1+i)^n$ ,  $i = \frac{P}{100}$

### 8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$   
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

### 9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
  - $f(x) = x^n$ ,  $f'(x) = nx^{n-1}$
  - $f(x) = \sin x$ ,  $f'(x) = \cos x$
  - $f(x) = \cos x$ ,  $f'(x) = -\sin x$
  - $f(x) = \tan x$ ,  $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
  - $f(x) = \ln x$ ,  $f'(x) = \frac{1}{x}$
  - $f(x) = e^x$ ,  $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
  - $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
  - $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
  - $(kf(x))' = kf'(x)$
  - $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
  - $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

### 10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):**  $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):**  $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:**  $D'_{n,r} = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):**  $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale  $E$ :**  $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$

**PARTE PRIMA**

Risolvete tutti i quesiti.

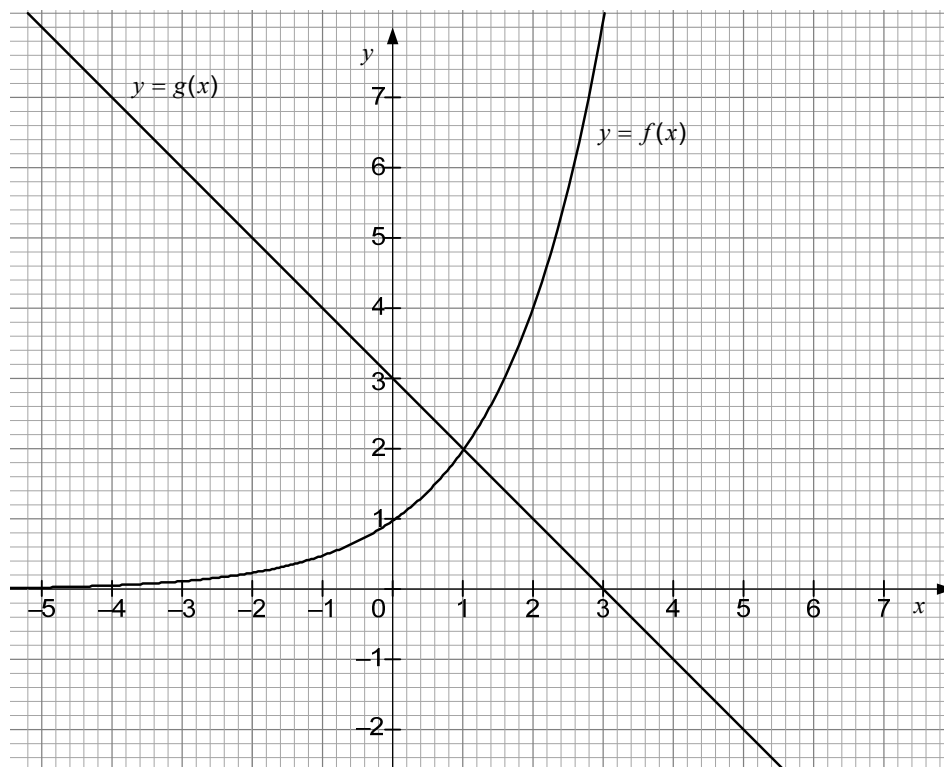
1. Calcolate il valore dell'espressione sottostante. Risolvete il quesito senza usare la calcolatrice.

$$\frac{14}{5} : \left( \frac{13}{5} - \left( \frac{3}{5} \right)^2 \right)$$

(4 punti)



2. La figura mostra il grafico della funzione esponenziale  $f(x) = 2^x$  e della funzione lineare  $g(x) = 3 - x$ . Indicate se le affermazioni sottostanti sono vere o false.



- |  |    |    |
|--|----|----|
| Il valore della funzione $f$ per $x = 2$ è uguale a 4.           | Sì | NO |
| Il termine noto della funzione $g$ è uguale a 2.                 | Sì | NO |
| La soluzione dell'equazione $f(x) = g(x)$ è 2.                   | Sì | NO |
| Per ogni valore della variabile $x > 1$ vale che $f(x) > g(x)$ . | Sì | NO |

(4 punti)



3. I corridori che nel 2018 hanno partecipato al giro ciclistico della Slovenia si sono confrontati tra loro in cinque tappe. La tabella sottostante riporta la lunghezza in chilometri di ogni singola tappa.

Tappa	Lunghezza della tappa (km)
1. Lendava–Murska Sobota	159
2. Maribor–Rogaška Slatina	152,7
3. Slovenske Konjice–Celje	175,7
4. Ljubljana–Kamnik	155,2
5. Trebnje–Novo mesto	21,5

Rispetto alla lunghezza totale del giro, a quale percentuale corrisponde la lunghezza della tappa in cui è stata percorsa la distanza maggiore?

(4 punti)



4. Calcolate con esattezza i poli della funzione razionale  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 4}$ .

(4 punti)





P 2 0 3 C 1 0 1 1 1 1 0 9

5. Un triangolo isoscele ha la base lunga 16 cm e l'altezza lunga 7 cm. Disegnate lo schizzo del triangolo e calcolate l'ampiezza degli angoli alla base.

*(4 punti)*



6. In una classe  $\frac{2}{3}$  degli alunni sono femmine. La media aritmetica delle altezze delle femmine è di 167 cm, la media aritmetica delle altezze dei maschi è di 181 cm. Quant' è la media aritmetica delle altezze di tutti gli alunni della classe?

*(4 punti)*



P 2 0 3 C 1 0 1 1 1 1 1

7. In una località sono caduti il primo giorno 8 cm di neve, il terzo giorno invece 18 cm di neve. Quanta neve è caduta il secondo giorno, se le quantità di neve cadute nei tre giorni in questione sono in successione geometrica?

*(4 punti)*



8. In un cubo di spigolo 6 cm inseriamo una sfera, che sia il più grande possibile. Calcolate l'area della superficie totale della sfera e l'area della superficie totale del cubo.

*(5 punti)*



P 2 0 3 C 1 0 1 1 1 1 3

9. Scomponete le espressioni sottostanti.

9.1.  $x^2 + 2x - 15$

(2)

9.2.  $2x^2y^3 - 18y^3$

(3)  
(5 punti)



10. Risolvete il sottostante sistema di tre equazioni a tre incognite.

$$y - z = 4$$

$$3x - y + z = -1$$

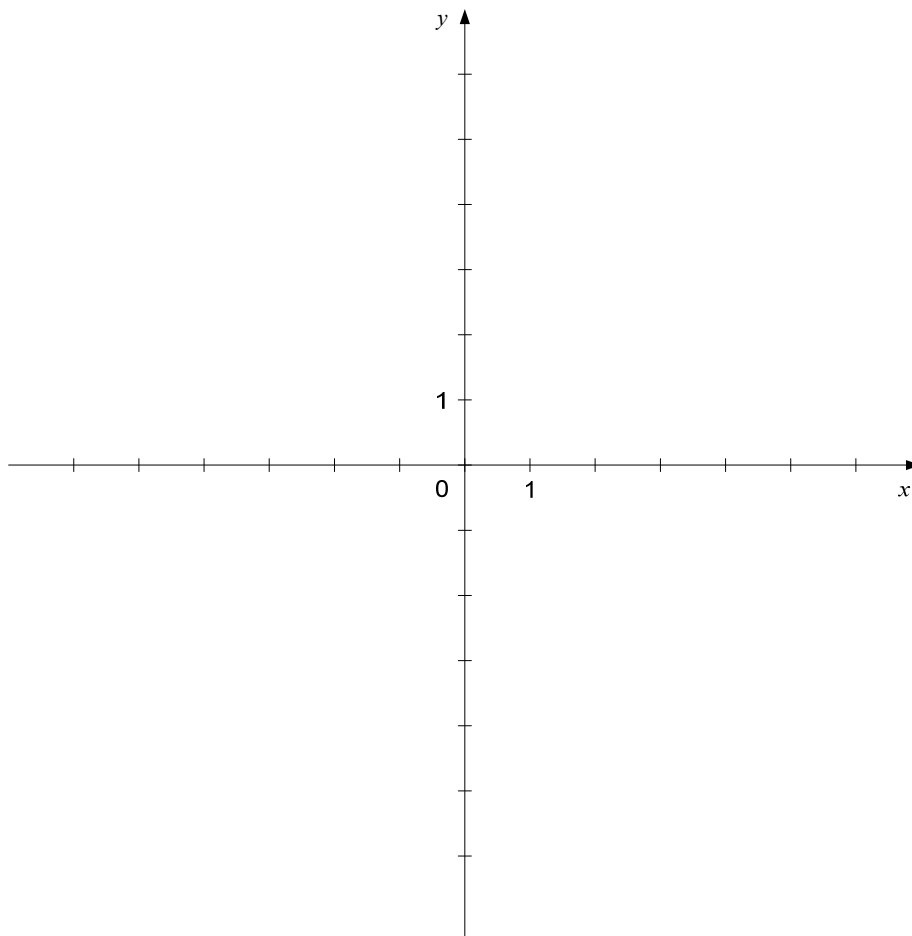
$$y + z = 2$$

(6 punti)



11. Tracciate la retta  $p$ , che ha un angolo d'inclinazione di  $45^\circ$  e interseca l'asse delle ascisse nel punto  $A(2,0)$ . Scrivete l'equazione della retta  $p$ .

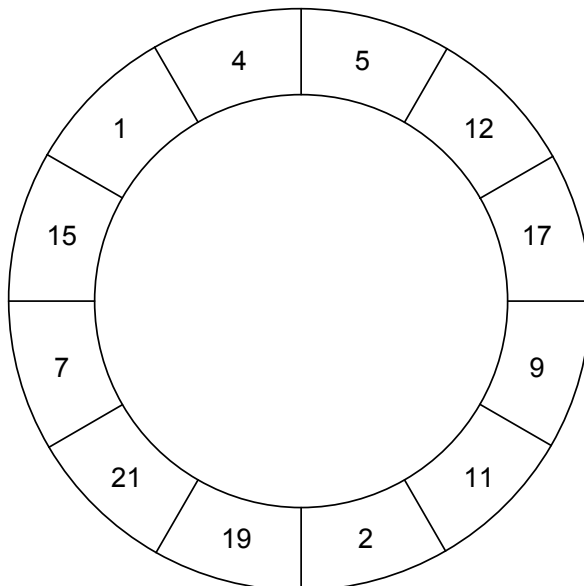
(6 punti)



**PARTE SECONDA**

Scegliete due quesiti, indicate nella pagina iniziale della prova d'esame i loro numeri successivi e risolvete li.

1. Una pallina gira lungo un canale sull'orlo di una ruota in posizione orizzontale (vedi figura) e, dopo un po' di tempo, si ferma a caso in uno dei settori indicati da un numero.



- 1.1. Calcolate la probabilità che la pallina si arresti in uno dei settori indicati con un numero multiplo di 3.

(3 punti)

- 1.2. Il raggio del cerchio concentrico minore è di 15 cm, il raggio del cerchio maggiore è invece di 2 dm. Calcolate l'area della corona circolare e l'area di uno dei dodici settori, tutti di uguale grandezza.

(7 punti)





P 2 0 3 C 1 0 1 1 1 1 7



2. È data la funzione  $f$  con la dipendenza  $f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$ .

2.1. Calcolate gli zeri della funzione  $f$  e scrivete i loro gradi.

(5 punti)

2.2. Calcolate i due punti stazionari della funzione  $f$ .

(5 punti)



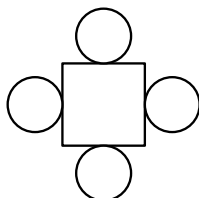
P 2 0 3 C 1 0 1 1 1 1 9



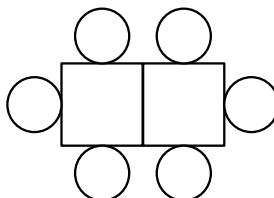
3. I tavoli della mensa di una scuola hanno forma quadrata. A ogni lato del tavolo possiamo accostare al massimo una seggiola.

3.1. Attorno a un tavolo possiamo mettere quattro seggiola. Se uniamo tra loro due tavoli, attorno a essi possiamo accostare sei seggiola (vedi figura). Calcolate quante seggiola possiamo accostare attorno a tre tavoli e quante attorno a dieci tavoli, collocati con lo stesso sistema in una fila diritta. Calcolate di quanti tavoli dovrebbe essere composta una fila attorno alla quale possano essere accostate 30 seggiola.

Fila con un tavolo



Fila con due tavoli



(6 punti)

3.2. Nella mensa ci sono 28 tavoli. Sistemiamo i tavoli in file di uguale lunghezza. Quanti tavoli rimangono se essi vengono sistemati:

- in quattro file con sei tavoli,
- in quante più file con cinque tavoli ciascuna?

(4 punti)



P 2 0 3 C 1 0 1 1 1 2 1



**Pagina vuota**



P 2 0 3 C 1 0 1 1 1 2 3

# Pagina vuota



**Pagina vuota**